



OMOC

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

CADERNO DE QUESTÕES

NÍVEL 3 – Ensino Médio

Universidade Federal da Fronteira Sul

Campus Chapecó

2018





UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

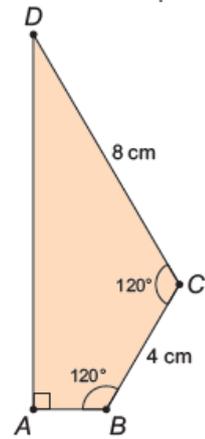
**II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO
OESTE CATARINENSE**

**CADERNO DE QUESTÕES
NÍVEL 3**

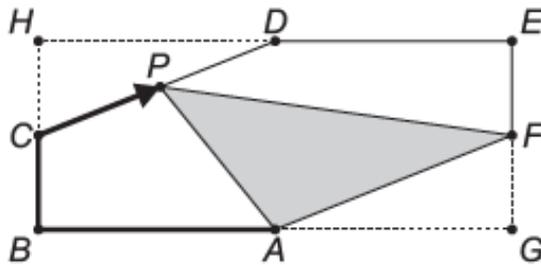
Capítulo 1 – GEOMETRIA

1. (OBMEP 2017, 1ª fase) Na figura, os ângulos \widehat{ABC} e \widehat{BCD} medem 120° , o ângulo \widehat{BAD} é reto, e os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $ABCD$ em cm^2 ?

- A) $14\sqrt{3}$
- B) $28\sqrt{3}$
- C) $32\sqrt{3}$
- D) $36\sqrt{3}$
- E) $40\sqrt{3}$



2. (OBMEP 2017, 1ª fase) Na figura abaixo, $BHEG$ é um retângulo com $BG > BH$, e A, C, D, F são pontos médios de seus respectivos lados. Um ponto P desloca-se ao longo da poligonal $ABCDEF$, partindo de A até o ponto F .



Qual é o gráfico que melhor representa a área $R(x)$ do triângulo APF em função da distância x percorrida pelo ponto P ao longo dessa poligonal?

- A)

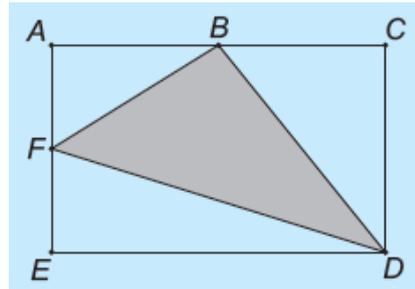
B)

C)

D)

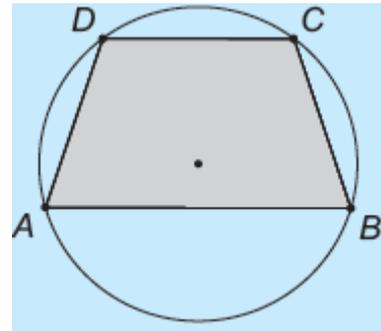
E)

3. (OBMEP 2015, 1ª fase) O retângulo da figura possui área igual a 640 cm^2 . Os pontos B e F são pontos médios dos lados AC e AE , respectivamente. Qual é a área do triângulo BDF ?



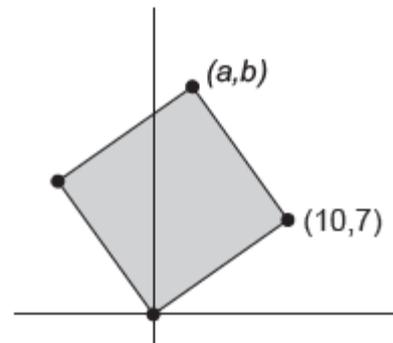
- A) 100 cm^2
 B) 120 cm^2
 C) 160 cm^2
 D) 220 cm^2
 E) 240 cm^2

4. (OBMEP 2015, 1ª fase) Na figura, $ABCD$ é um trapézio inscrito numa circunferência. A base maior do trapézio mede 16 cm , a base menor 10 cm e a altura 9 cm . Qual é a medida, em centímetros, do raio da circunferência?



- A) $\frac{7}{3}$
 B) $\frac{25}{3}$
 C) $\frac{35}{3}$
 D) $\frac{40}{3}$
 E) $\frac{50}{3}$

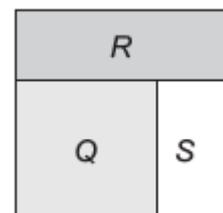
5. (OBMEP 2009, 1ª fase) O quadrado da figura tem um vértice na origem, outro no ponto $(10,7)$ e um terceiro no ponto (a,b) . Qual é o valor de $a + b$?



- A) 20
 B) 21
 C) 22
 D) 23
 E) 24

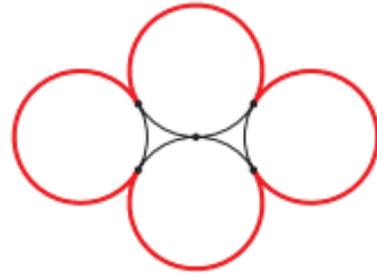
6. (OBMEP 2009, 1ª fase) A figura mostra um quadrado de lado 1 m dividido em dois retângulos e um quadrado. As áreas do quadrado Q e do retângulo R são iguais. Qual é a área do retângulo S ?

- A) $\sqrt{5} - 2 \text{ m}^2$
 B) $\frac{1}{5} \text{ m}^2$
 C) $3 - \sqrt{5} \text{ m}^2$
 D) $\frac{1}{3} \text{ m}^2$
 E) $\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ m}^2$



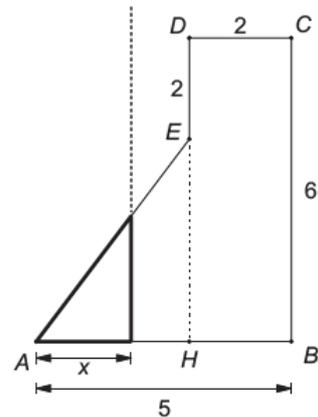
7. (OBMEP 2013, 1ª fase) A figura mostra quatro circunferências, todas de comprimento 1 e tangentes nos pontos indicados. Qual é a soma dos comprimentos dos arcos destacados em vermelho?

- A) $\frac{3}{2}$
 B) 2
 C) $\frac{9}{4}$
 D) $\frac{8}{3}$
 E) 3

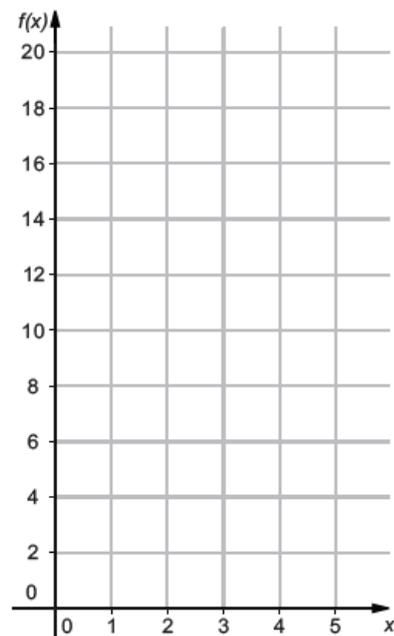


8. (OBMEP 2016, 2ª fase) A figura mostra um polígono $ABCDE$ em que todos os lados, exceto AE , são horizontais ou verticais e têm os comprimentos indicados na figura.

Considere, agora, uma reta vertical distante x do vértice A , com $0 < x \leq 5$. Ela divide o polígono $ABCDE$ em dois polígonos, um situado à direita da reta e outro à esquerda. Considere a função f que associa a cada valor de x o perímetro do polígono situado à esquerda da reta. Por exemplo, $f(3)$ é o perímetro do triângulo AHE , enquanto $f(5)$ é o perímetro do polígono $ABCDE$.



- A) Calcule $f(3)$.
 B) Calcule $f(5)$.
 C) Escreva as expressões de $f(x)$ para $0 < x \leq 3$ e para $3 < x \leq 5$.
 D) Esboce o gráfico da função f .

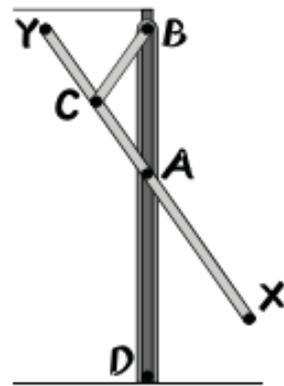


9. (Banco de Questões OBMEP 2018) Um heptágono regular está impressado entre dois círculos, como mostra a figura.

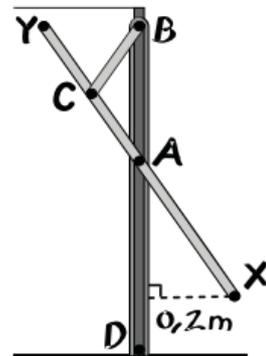


Seus vértices estão inscritos na circunferência maior e seus lados são tangentes a circunferência menor. Os lados do polígono medem 2cm e são tangentes ao círculo menor e, além disso, seus vértices pertencem à circunferência maior. Sendo assim, qual a área do anel sombreado da figura?

10. (OBMEP 2010, 2ª fase) A figura ilustra o funcionamento de uma porta de garagem, representada pelo segmento XY . Ao mover o ponto X , o ponto A desliza por um trilho vertical, representado pelo segmento BD . Algumas das medidas na figura são $AC=BC=0,5\text{ m}$ e $AX=1\text{ m}$.



- A) Na figura abaixo, o ponto X está a $0,2\text{ m}$ do trilho BD . Qual é a distância de C ao trilho?



- B) Mostre que a altura do ponto Y em relação ao chão não se altera com o movimento da porta.