

**SEGUNDA LISTA DE TREINAMENTO  
2021**

**OMOC**

Observação: as questões foram retiradas do site da OBMEP, disponível em: <http://www.obmep.org.br/index.htm> . Acesso em: 22/07/2021.

**Questão 01:**

Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

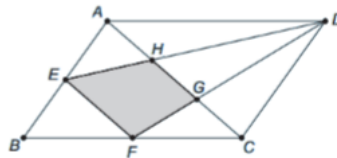
Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

- A) Ari; água
- B) Bruna; água
- C) Carlos; suco
- D) Ari; suco
- E) Bruna; suco

**Questão 02:**

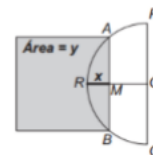
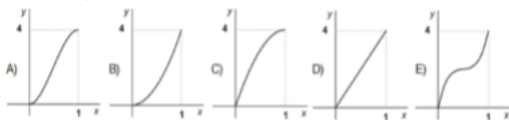
O paralelogramo  $ABCD$  tem área  $24 \text{ cm}^2$  e os pontos  $E$  e  $F$  são os pontos médios dos lados  $AB$  e  $BC$ , respectivamente. Qual é a área do quadrilátero  $EFGH$ ?

- A)  $4 \text{ cm}^2$
- B)  $5 \text{ cm}^2$
- C)  $6 \text{ cm}^2$
- D)  $7 \text{ cm}^2$
- E)  $8 \text{ cm}^2$



**Questão 03:**

O semicírculo da figura tem centro  $O$  e diâmetro  $PQ = 2 \text{ cm}$ . O raio  $OR$  é perpendicular a  $PQ$ . Por um ponto qualquer  $M$  de  $OR$  trace-se a corda  $AB$  perpendicular a  $OR$ . Sejam  $x$  o comprimento de  $RM$ , em  $\text{cm}$ , e  $y$  a área do quadrado de lado  $AB$ , em  $\text{cm}^2$ . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre  $x$  e  $y$ ?



**Questão 04:**

Um reservatório, inicialmente vazio, é abastecido por duas torneiras de vazões diferentes. Se cada torneira for aberta por  $1/3$  do tempo necessário para que a outra encha o reservatório, este ficará com  $5/6$  de sua capacidade preenchida. Além disso,

as duas torneiras juntas enchem o reservatório inicialmente vazio em 2 horas e 30 minutos. Em quanto tempo a torneira de maior vazão enche o reservatório?

- A) 3 horas
- B) 3 horas e 15 minutos
- C) 3 horas e 30 minutos
- D) 3 horas e 45 minutos
- E) 4 horas

Lembre-se:

$$\text{vazão} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$$

**Questão 05:**

Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?

- A) 1 e 4
- B) 1 e 6
- C) 2 e 5
- D) 3 e 4
- E) 2 e 6



**Questão 06:**

Ana e Beto foram os únicos candidatos na eleição para a presidência do grêmio estudantil da escola em que ambos estudam. Nessa eleição, votaram ao todo 1450 alunos. Durante a apuração, houve um momento em que Ana teve a certeza de que, ao final, ela teria pelo menos a metade dos votos válidos. Naquele momento, os percentuais eram os seguintes:

- votos não válidos: 20% dos votos apurados;
- votos em Ana: 60% dos votos válidos;
- votos em Beto: 40% dos votos válidos.

Quantos votos tinham sido apurados até aquele momento?

- A) 1110
- B) 1150
- C) 1200
- D) 1250
- E) 1300

**Questão 07**

Na figura, os ângulos  $\hat{A}BC$  e  $\hat{B}CD$  medem  $120^\circ$ , o ângulo  $\hat{B}AD$  é reto, e os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero ABCD em  $\text{cm}^2$ ?

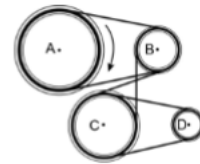
- A)  $14\sqrt{3}$
- B)  $28\sqrt{3}$

- C)  $32\sqrt{3}$
- D)  $36\sqrt{3}$
- E)  $40\sqrt{3}$

**Questão 08:**

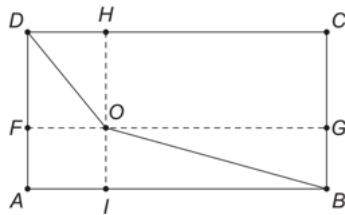
Os discos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  representam polias de diâmetros 8, 4, 6 e 2  $cm$ , respectivamente, unidas por correias que se movimentam sem deslizar. Quando o disco  $A$  dá uma volta completa no sentido horário, o que acontece com o disco  $D$ ?

- A) Dá 4 voltas no sentido horário
- B) Dá 3 voltas no sentido horário
- C) Dá 6 voltas no sentido anti-horário
- D) Dá 4 voltas no sentido anti-horário
- E) Dá 3 voltas no sentido anti-horário

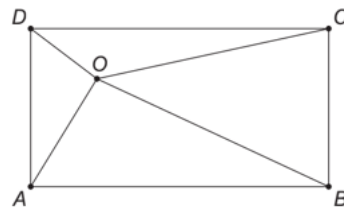


**Questão 09:**

- a) Na figura abaixo, o ponto  $O$  no interior do retângulo  $ABCD$  é tal que  $OF = 2$ ,  $OG = 6$ ,  $OH = 3$  e  $OI = 1$ . Os segmentos  $FG$  e  $HI$  são paralelos aos lados  $AB$  e  $BC$ , respectivamente. Calcule  $OB^2 + OD^2$ .



- b) Seja  $O$  um ponto qualquer no interior de um retângulo  $ABCD$ , como na figura abaixo. Mostre que:  $AO^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$



**Questão 10:**

As amigas Ana, Beatriz, Cláudia e Diana têm uma bola cada uma. Quando toca um sinal, cada menina escolhe, ao acaso, uma de suas três amigas para jogar sua bola. Qual é a probabilidade de que Ana receba três bolas?

**Questão 11:**

Sérgio inventou as operações matemáticas  $\#$  e  $@$  entre números inteiros, como abaixo:

- $a\#b = a^2 + b^2$

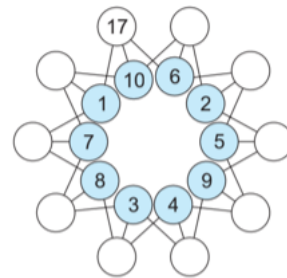
- $a@b = (a + b)^2$

Por exemplo,  $1\# 4 = 17$  e  $1@(-6) = 25$ . Utilizando as operações criadas por Sérgio, responda às perguntas abaixo:

- Qual é o valor de  $(2@3) - (2\#3)$  ?
- Se  $(x - 5)\#(y - 6) = 0$ , qual é o valor de  $x@y$  ?

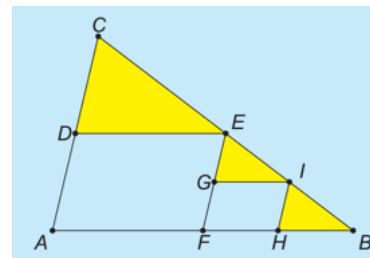
**Questão 12:**

Na figura ao lado, cada círculo branco está ligado a três círculos azuis, como indicado. Inicialmente todos os números de 1 a 10 devem ser distribuídos nos círculos azuis, em uma ordem qualquer. Em seguida, cada círculo branco deve ser preenchido com a soma dos três números nos círculos azuis ligados a ele.



- Na figura abaixo é dada uma distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis. Um dos círculos brancos foi preenchido com o número 17, pois  $1+10+6=17$ . Preencha os demais círculos brancos.

- Explique por que não existe uma distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis de modo que nos círculos brancos só apareçam números menores do que 17.



**Questão 13:**

Na figura abaixo, D, E e F são pontos médios dos lados do triângulo ABC, e G, H e I são pontos médios dos lados do triângulo FBE. A área do triângulo ABC é  $48 \text{ cm}^2$ . Qual é a área da região destacada em amarelo?

- $16 \text{ cm}^2$
- $18 \text{ cm}^2$
- $20 \text{ cm}^2$
- $22 \text{ cm}^2$
- $24 \text{ cm}^2$

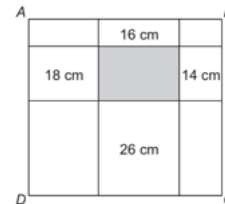
**Questão 14:**

Se  $f(x) = 5x^2 + ax + b$ , com  $a \neq b$ ,  $f(a) = b$  e  $f(b) = a$ , qual é o valor de  $a + b$ ?

- A) -5
- B) -1/5
- C) 0
- D) 1/5
- E) 5

**Questão 15:**

O retângulo ABCD foi dividido em nove retângulos menores, alguns deles com seus perímetros indicados na figura. O perímetro do retângulo ABCD é 54 cm. Qual é o perímetro do retângulo cinza?



- A) 15 cm
- B) 19 cm
- C) 20 cm
- D) 22 cm
- E) 24 cm