

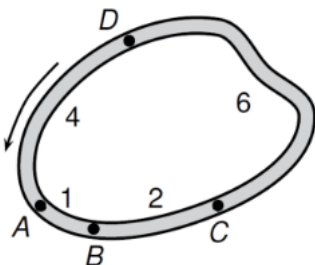
**PRIMEIRA LISTA DE TREINAMENTO**  
**SEGUNDA FASE – NÍVEL 3**

# OMOC

**Olimpíada de Matemática do Oeste Catarinense**

**OBS:** as questões são discursivas, e, por isso, é necessário justificar as respostas, descrevendo a linha de raciocínio utilizada.

**Questão 1:** A figura abaixo representa o traçado de uma pista de corrida.



Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

- a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
- b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

**Questão 2:** Uma calculadora esquisita tem apenas as teclas numéricas de 0 a 9 e duas teclas especiais A e B. Quando a tecla A é apertada, o número que aparece no visor é elevado ao quadrado; quando a tecla B é apertada, soma-se 3 ao número que aparece no visor. Nessa calculadora é possível obter 22 a partir do 1 apertando as teclas A e B na ordem BABB, como ilustrado abaixo:

$$1 \xrightarrow{B} 4 \xrightarrow{A} 16 \xrightarrow{B} 19 \xrightarrow{B} 22$$

- a) Com o 3 inicialmente no visor, qual o número que vai aparecer depois de apertar as teclas A e B na ordem BBAB?
- b) Mostre como obter 55 a partir do 1 usando as teclas A e B.
- c) Explique porque não é possível obter 54 a partir do 2 usando as teclas A e B.

**Questão 3:** Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é  $5 + 8 + 2 = 15$  e a soma dos números da segunda coluna é  $9 + 7 + 8 = 24$ . Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

- a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?
- b) Explique por que não é possível que em um quadrado do Gabriel todas as somas sejam números pares.
- c) Preencha o quadrado de forma que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.


**Questão 4:** André, Bianca, Carlos e Dalva querem sortear um livro entre si. Para isto, colocam 3 bolas brancas e 1 preta em uma caixa e combinam que, em ordem alfabética de seus nomes, cada um tirará uma bola, sem devolvê-la à caixa. Aquele que tirar a bola preta ganhará o livro.

- a) Qual é a probabilidade de que André ganhe o livro?
- b) Qual é a probabilidade de que Dalva ganhe o livro?

Para sortear outro livro entre eles, André sugeriu usar 2 bolas pretas e 6 brancas. Como antes, o primeiro que tirar uma bola preta ganhará o livro; se as primeiras quatro bolas saírem brancas, eles continuarão a retirar bolas, na mesma ordem. Nesse novo sorteio:

- c) Qual é a probabilidade de que André ganhe o livro?
- d) Qual é a probabilidade de que Dalva ganhe o livro?

**Questão 5:** Em uma sala de aula há uma turma de dez alunos. Precisa-se escolher uma comissão de três alunos para representar esta turma, sendo a comissão composta por: um porta-voz, um diretor de artes e um assessor técnico. Nenhum aluno pode acumular cargos.

- a) De quantas maneiras esta comissão pode ser formada?
- b) Quantas comissões diferentes podem ser formadas com os alunos Leandro, Renato e Marcelo?
- c) Considere agora comissões sem cargos específicos. Quantas comissões de três alunos, sem cargos específicos, podem ser formadas?

**Questão 6:** Os times A, B, C, D e E disputaram, entre si, um torneio de futebol com as seguintes regras:

- o vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- em caso de empate, cada um dos times ganha 1 ponto;
- cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.

O campeão do torneio foi o time A, seguido na classificação por B, C, D e E, nessa ordem. Além disso:

- o time A não empatou nenhuma partida;
- o time B não perdeu nenhuma partida;
- todos os times terminaram o torneio com números diferentes de pontos.

a) O time A ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time B?

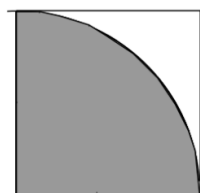
b) Com quantos pontos o time A terminou o torneio?

c) Explique porque o time B obteve um número par de pontos nesse torneio.

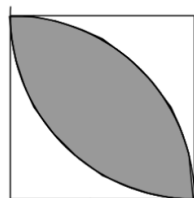
d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe, em cada coluna da tabela, um círculo em volta do nome do time ganhador ou em volta do ×, em caso de empate.

A	A	A	A	B	B	B	C	C	D
×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
B	C	D	E	C	D	E	D	E	E

**Questão 7:** Em cada uma das figuras a seguir tem-se um quadrado de lado 4. As regiões hachuradas em cada uma destas figuras são limitadas por lados desse quadrado ou por arcos de círculo de raio 4 e centros nos vértices do quadrado.



(a)



(b)

a) Calcule a área hachurada da figura (a).

b) Calcule a área hachurada da figura (b).