SEGUNDA LISTA DE TREINAMENTO

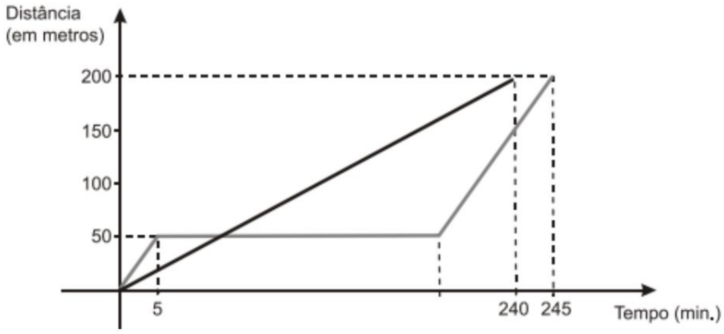
SEGUNDA FASE – NÍVEL 3

OMOC

Olimpíada de Matemática do Oeste Catarinense

OBS: as questões são discursivas, e, por isso, é necessário justificar as respostas, descrevendo a linha de raciocínio utilizada.

Questão 1: A fabula da lebre e da tartaruga, do escritor grego Esopo, foi recontada utilizando-se o gráfico abaixo para descrever os deslocamentos dos animais.



Suponha que na fabula lebre e a tartaruga apostam uma corrida em uma pista de 200 metros de comprimento. As duas partem do mesmo local no mesmo instante. A tartaruga anda sempre com velocidade constante. A lebre corre por 5 minutos, para, deita e dorme por certo tempo. Quando desperta, volta a correr com a mesma velocidade constante de antes, mas, quando completa o percurso, percebe que chegou 5 minutos depois da tartaruga. Considerando essas informações,

a) determine a velocidade média da tartaruga durante esse percurso, em metros por hora.

b) determine após quanto tempo da largada a tartaruga alcançou a lebre.

c) determine por quanto tempo a lebre ficou dormindo.

Questão 2: Pedro decidiu levar todos os seus filhos, meninos e meninas, para tomar sorvete na sorveteria Sorvete Matemático. Na sorveteria, há 12 sabores diferentes de sorvete e cada criança pediu um combo com 3 bolas de sorvete. Depois de sair da sorveteria, Pedro percebeu que, no total, foram pedidas exatamente duas bolas de cada sabor disponível na sorveteria.

a) Sabendo que Pedro não tomou sorvete, qual o número total de seus filhos (meninas e meninos)?

b) Pedro olhou com mais atenção os sabores que cada um pediu e notou que nenhum sabor foi pedido por um menino e por uma menina, ou seja, se um menino escolheu um sabor, nenhuma menina escolheu aquele mesmo sabor. Sabendo que pelo menos um de seus filhos é menino e que ele possui mais filhas do que filhos, determine o número de suas filhas.

Questão 3: Uma linha de trem está dividida em 10 trechos pelas estações A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K. A distância de A até K é igual a 56 km. O trajeto de dois trechos consecutivos é sempre menor ou igual a 12 km e o trajeto de três trechos consecutivos sempre é maior ou igual a 17 km. Determine as distâncias:

a) de J até K; **b)** de D até H; **c)** de B a G.

Questão 4: A partir de hoje, o grande apostador Carlo Pietro decidiu frequentar cassinos diariamente. No primeiro dia, ele apostará em um jogo cuja probabilidade de ganhar é igual a $\frac{1}{2}$. Nos segundo, terceiro e quarto dias, ele apostará em jogos diferentes cujas probabilidades de vitória são, respectivamente, iguais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e assim por diante nos dias que se seguirem.

a) Qual é a probabilidade de que ele não tenha ganhado até o terceiro dia?

b) Qual é a probabilidade de que ele não tenha ganhado até o quinto dia?

c) Qual é a probabilidade de que ele não tenha ganhado até o 2021º dia?

Questão 5: Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

• se o número for ímpar, soma-se 1;

• se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem comprimento 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma sequência ímpar.

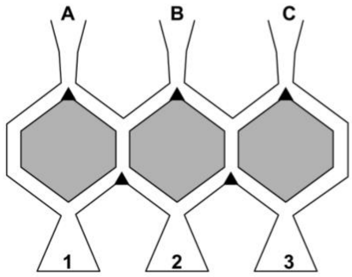
a) Escreva a sequência que começa com 37.

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Justifique sua resposta.

Questão 6: No brinquedo ilustrado na figura, bolinhas são colocadas nas entradas A, B ou C e movem-se sempre para baixo, terminando em uma das caixas 1, 2 ou 3. Ao atingir um dos pontos marcados com ▲, as bolinhas têm chances iguais de ir para cada um dos dois lados.

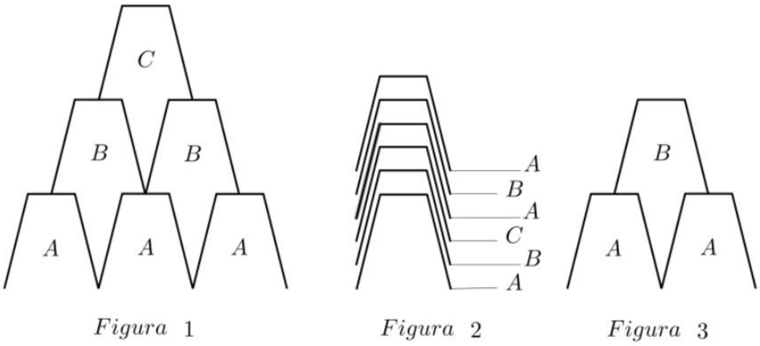


a) Se uma bolinha for colocada em C, em quais caixas ela pode parar? E se ela for colocada em B?

b) Se uma bolinha for colocada em A, qual é a probabilidade de que ela vá parar na caixa 2? E se ela for depositada em B, qual é essa probabilidade?

c) Se colocarmos uma bolinha em cada entrada (uma de cada vez), qual é a probabilidade de que, no final, haja uma bolinha em cada caixa?

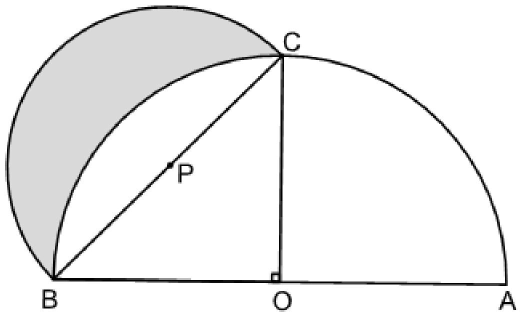
Questão 7: O jogo TORRECOPOS consiste em guardar uma pilha de copos, previamente empilhados sobre uma mesa (Figura 1), com as "bocas" voltadas para baixo, de forma que todos fiquem um dentro do outro e apenas um em contato com a mesa (Figura 2). No primeiro andar, os copos são do tipo A, no segundo, do tipo B, no terceiro, do tipo C e assim por diante. Vence o jogo aquele que os recolher no menor tempo. Na Figura 3, podemos obter apenas três configurações depois de recolhidos: AAB, ABA e BAA.



a) Na Figura 1, quantas configurações diferentes podemos obter após recolhê-los?

b) Quantas configurações diferentes podemos obter ao recolher os copos em uma torre com 4 andares?

Questão 8: A figura mostra uma semicircunferência de centro O e diametro AB = 4 cm. O segmento BC é a hipotenusa do triângulo retangulo BOC e é o diâmetro da semi circunferencia de centro P.



a) Qual é a área do segmento circular determinado pelo arco $\widehat{BC}$ e o segmento BC?

b) Determine a área da região cinza.