OMOC

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

GABARITO DO CADERNO DE QUESTÕES

NÍVEL 1

6 e 7 Ano - Ensino Fundamental

Universidade Federal da Fronteira Sul

***Campus* Chapecó**

2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

CADERNO DE RESPOSTAS

NÍVEL 1

RESOLUÇÕES

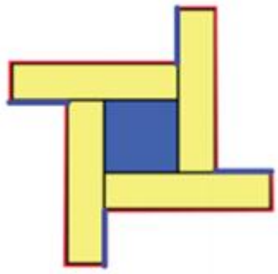
1ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

O comprimento do contorno em vermelho é a soma dos comprimentos dos segmentos que formam o contorno. Com exceção dos segmentos mais grossos, destacados em azul, os comprimentos de todos os outros são fornecidos pelo enunciado. Para encontrarmos o comprimento dos segmentos destacados em azul observamos que

$$(\text{comprimento de um segmento de traço azul}) + 10 + 20 = 45.$$

Logo o comprimento de um traço azul é 15 cm e assim o contorno da figura mede $4\cdot(45)+4\cdot(15)+4\cdot(10)=180+60+40=280$ cm.



2ª QUESTÃO

ALTERNATIVA A

Somando as metragens dos muros de Luiz e de Lúcio, obtemos $240+260=500$ m. Neste total estão computados o comprimento do muro original (de 340 m) mais duas vezes o comprimento do muro interno. Logo, o comprimento do muro interno é igual a $[500-340]/2=80$ metros.

Podemos também resolver algebricamente: como o muro interno pertence ao cercado dos terrenos de Luiz e de Lúcio, se *x* é a medida do muro interno, temos:

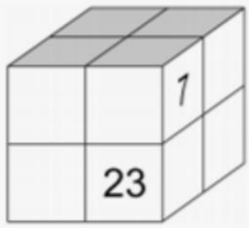
$$340+2x=240+260$$

Portanto $x=80$ m.

3ª QUESTÃO

ALTERNATIVA C

Como em cada face aparecem quatro números consecutivos, então na face onde estiver o número 1, obrigatoriamente estarão os números 1, 2, 3 e 4. Logo, na face onde estiver o número 5 estarão os números 5, 6, 7 e 8, e assim, sucessivamente, até chegarmos à face com os números 21, 22, 23 e 24.



Sendo assim, no cubo apresentado a face com o número 23 também apresenta os números 21, 22 e 24. Como o enunciado diz que a soma do maior número de uma face com o menor da face oposta é igual a 25, podemos concluir que na face oposta à que contém o 23 estão os números 1, 2, 3 e 4. Na face em que aparece o número 7 aparecem os números 5, 6 e 8, e na face oposta a esta estão os números 17, 18, 19 e 20. Logo, na face destacada (em cinza) pode estar qualquer número de 9 até 16.

Como a pergunta é qual é o menor número que pode aparecer na face cinza, a resposta é 9.

4ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

Cada faixa da bandeira tem área igual a 300 cm². As partes brancas da faixa superior têm, portanto, área igual a 150 cm². A parte branca da faixa do meio tem área igual a 100 cm² e as partes brancas da faixa inferior têm área 120 cm². Logo, a soma das áreas dos retângulos brancos é 150 + 100 + 120 = 370 cm².

Em outras palavras, se A_1, A_2 e A_3 são as áreas dos retângulos brancos, respectivamente, em cada uma das três faixas, então, a área total de todos os retângulos brancos é $A_1 + A_2 + A_3 = 150 + 100 + 120 = 370$ cm².

$$A_1 = \frac{2}{4} \times 300 = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{3} \times 300 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{2}{5} \times 300 = 120 \text{ cm}^2$$

5ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

A soma de todos os números colocados nos quadradinhos é $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Ao somar os cinco números na horizontal com os cinco números da vertical, o número do quadradinho cinzento será somado duas vezes, enquanto todos os outros serão somados apenas uma vez. Logo esse número é $(27+22)-45=4$.

6ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

A distância entre os pontos A e B é $\frac{19}{6}-\frac{7}{6}=\frac{12}{6}$.

O segmento AB foi dividido em quatro partes iguais; o comprimento de cada uma dessas partes é então $\frac{12}{6}\div 4=\frac{3}{6}$. Logo o ponto C corresponde ao número $\frac{7}{6}-\frac{3}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

7ª QUESTÃO

ALTERNATIVA A

Observamos na primeira balança que o objeto  tem o mesmo peso que a soma dos pesos de  e . Consequentemente, o peso de  é maior do que o peso de cada um dos outros dois objetos. A segunda balança evidencia que o peso de  é maior do que o peso de . Logo,  é o mais pesado dentre os quatro objetos verificados até este momento. Por outro lado, a terceira indica que  é mais pesado do que . Portanto,  é o mais pesado dentre os cinco objetos avaliados. Evidentemente a expressão “pesos iguais” indica “massas iguais”.

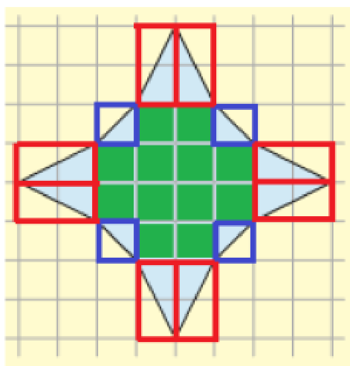
8ª QUESTÃO

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA B

Observe que a figura é formada por quadradinhos inteiros, em verde; por metades de 1 quadradinho, assinalados em azul; e por metades de retângulos formados por dois quadradinhos, assinalados em vermelho. Cada uma dessas áreas vale 1, 1/2 e 1 da área de um quadradinho, respectivamente. Logo, a área total da figura equivale a

$$12 + 4 \times (1/2) + 8 \times 1 = 22$$

quadradinhos.



9ª QUESTÃO

ALTERNATIVA E

No gráfico de barras, temos as seguintes informações:

- Quantidade de alunos que dedicam à leitura menos do que 20 minutos: 90.
- Quantidade de alunos que dedicam à leitura de 20 minutos a 40 minutos: 60.
- Quantidade de alunos que dedicam à leitura mais do que 40 minutos: 30.
- TOTAL DE ALUNOS: 90 + 60 + 30 = 180.

Alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos: 90 + 60 = 150.

Fração dos alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos em relação ao total de alunos:

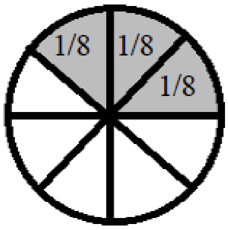
$$\frac{150}{180} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} > \frac{3}{4}.$$

Logo, o setor correspondente é o da letra E.

10ª QUESTÃO

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA D

Luísa comprou três pedaços do bolo que estava dividido em 8 partes iguais, e João comprou os 5 pedaços restantes. Como 3/8 do bolo custou R$ 4,50, cada fatia (ou seja, 1/8 do bolo) custou R$ 1,50. Portanto, João pagou 5 x R$ 1,50 = R$ 7,50.



11ª QUESTÃO

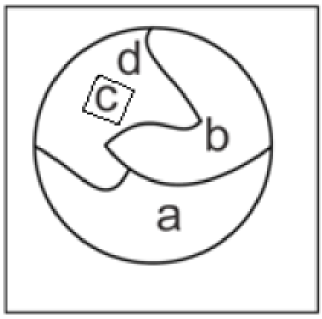
ALTERNATIVA C

Se quem desenhou na parede foi Emília, ela mentiu e também Vitória mentiu. Então isso não ocorreu, pois somente uma menina mentiu.
Se quem desenhou na parede foi Luísa, ela mentiu e também Rafaela mentiu. Esse caso também não pode ter ocorrido.
Se quem desenhou na parede foi Marília, somente Vitória mentiu. Isso está compatível com as exigências do enunciado.
Se quem desenhou na parede foi Rafaela, Marília e Vitória mentiram. Esse caso também não pode ter ocorrido.
Se quem desenhou foi Vitória, Luísa e Marília mentiram; isso também não deve ter acontecido.
Logo, quem desenhou na parede da sala da Vovó Vera foi Marília.

Outra solução: Analisando as respostas de Emília e Rafaela, se qualquer uma das duas mentiu, então Luísa também falou uma mentira. Como não podemos ter duas netinhas mentindo, então Emília e Rafaela falaram a verdade. Portanto, a autora do desenho na parede só pode ser uma das três meninas: Marília, Rafaela ou Vitória. Se Vitória fala a verdade, então Luísa mente; consequentemente quem desenhou não foi nem a Marília, nem a Rafaela e a autora seria Vitória, mas isso acarreta que Marília também estaria mentido. Assim, Vitória mentiu, e todas as outras falam a verdade. Quem fez o desenho não pode ser Rafaela, só pode ser Marília.

12ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D



O círculo é composto de quatro regiões. Rotulamos as regiões como na figura. Se começarmos a pintar as regiões a partir da menor (c), teremos quatro cores para fazê-lo. A região em volta, (d), terá apenas três cores disponíveis. As duas outras regiões são vizinhas à região (d) e vizinhas entre si; portanto, a próxima região a ser pintada tem três cores disponíveis e a última, apenas duas, já que é vizinha de duas regiões. Pelo Princípio Multiplicativo, o número total de maneiras possíveis de pintar as regiões do círculo é, portanto, 4 x 3 x 3 x 2 = 72.

<u>Observação</u>: A ordem em que começamos a pintar pode ser outra, mas isso pode exigir mais cuidado. Por exemplo, podemos pintar a figura na seguinte ordem: a, c, b e d. Para (a), temos 4 possibilidades e precisamos dividir em casos. Para a região (c), depende de a cor ser igual ou não à de (a). Se for igual, o número total de possibilidades é 4 x 1 x 3 x 2 = 24, e se a cor de (a) for diferente da de (c), o número de possibilidades é 4 x 3 x 2 x 2 = 48. Assim, seguindo este procedimento, o número total de possibilidades é 48 + 24 = 72.

13ª QUESTÃO

item a)

Para comparar as frações, vamos escrevê-las como frações equivalentes, todas com o mesmo denominador 14, para depois comparar os numeradores.

André retirou $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$ do pacote, Bernardo retirou $\frac{2}{7}=\frac{4}{14}$ do pacote e Carlos retirou $\frac{1}{14}$ do pacote. Logo, quem retirou o menor número de doces foi Carlos.

item b)

A fração que representa o total de doces no pacote é $1=\frac{14}{14}$. Portanto, a fração que representa a quantidade dos doces que restaram no pacote com relação ao total de doces é

$$1-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{7}+\frac{1}{14}\right)=1-\left(\frac{7}{14}+\frac{4}{14}+\frac{1}{14}\right)=\frac{14}{14}-\frac{12}{14}=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}.$$

14ª QUESTÃO

item a)

Para criar uma senha de 11 algarismos que inicie com o bloco 20152015, Pedro precisa apenas determinar os três últimos algarismos que definem a senha.

20152015_ _ _

Ele pode usar qualquer um dos 10 algarismos na antepenúltima, penúltima e última posição da senha. Pelo Princípio Multiplicativo, há $10 \times 10 \times 10 = 1000$ possibilidades. Portanto, existem mil senhas que começam com o bloco 20152015.

Item b)

Como o bloco 0123456789 é formado por 10 algarismos, resta acrescentar 1 algarismo para se criar uma senha. Esse algarismo deve ser colocado ou na primeira ou na última posição, para não "quebrar" o bloco.

_0123456789

0123456789_

Na primeira posição é possível colocar 10 algarismos. O mesmo ocorre na última posição. Assim, pelo Princípio Aditivo, existem $10 + 10 = 20$ senhas diferentes que contêm o bloco 0123456789.

Item c)

Para se criar uma senha de acordo com as novas condições exigidas, devemos inserir um algarismo no bloco 0123456789: à esquerda, à direita ou entre dois de seus algarismos. Há 11 espaços possíveis para se inserir um dos dez algarismos:

_0_1_2_3_4_5_6_7_8_9_

Logo há, nas condições descritas, 11 x 10 = 110 possibilidades de se criar senhas. Entretanto, algumas dessas senhas assim criadas são repetidas, e devemos descontá-las de nossa contagem. Observemos um exemplo: a senha 00123456789 pode ser obtida de duas maneiras diferentes:

- 00123456789 (colocando-se 0 à esquerda do número 0123456789)
- 00123456789 (colocando-se 0 entre 0 e 1 no número 0123456789)

Cada um dos algarismos de 0 a 9 pode gerar uma, e só uma, duplicação de senha. Assim, devemos descontar da contagem inicial uma senha para cada algarismo. Há, portanto, 110 – 10 = 100 senhas que Pedro pode criar nas condições descritas.