

# IV OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE 2021 - UFFS - NÍVEL 3 - ENSINO MÉDIO

Nome Completo:

Ano em que Estuda:

Escola:

---

ASSINATURA DO ALUNO

## Instruções

- Preencha os dados no cabeçalho desta folha, e lembre-se de assinar no local indicado;
- A duração da prova é de 3 horas;
- O participante deve permanecer obrigatoriamente no local de realização da prova por, no mínimo, 30 minutos após o seu início;
- A prova contém 5 questões descritivas;
- Cada questão descritiva vale 20 pontos;
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível, com caneta preta ou azul;
- Você pode usar o verso da folha da questão para escrever a resposta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho;
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar;
- Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões;

- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

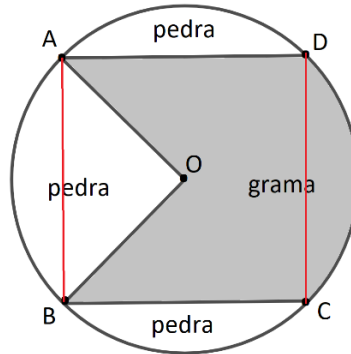
### **Não é permitido:**

- a. calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
- b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
- c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).
- d. O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

**Ao final da prova,  
entregue ao aplicador  
todas as 6 folhas recebidas.**

### QUESTÃO 1:

Na praça central da cidade de Ilhazinha será construído um jardim de formato circular, coberto por pedras e grama. A figura ilustra o jardim com centro em  $O$ , de modo que, ao ligar os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  forma-se um quadrado com perímetro de 24 m.



Responda apresentando os cálculos e descrevendo todo o processo realizado. Nos itens a) e b) substitua  $\pi$  por 3,14.

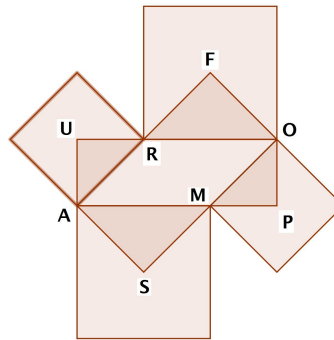
a) Qual a área que será coberta por grama?

b) Qual a área que será coberta por pedra?

c) Considere que a grama custa R\$7,00 o metro quadrado e a pedra custa R\$5,50 o metro quadrado. Quanto será gasto para cobrir este jardim com grama e pedras?

### QUESTÃO 2:

Na imagem abaixo, AMOR é um paralelogramo sendo que os seus segmentos medem  $4\text{ cm}$  e  $6\text{ cm}$  e sua área é de  $20\text{ cm}^2$ . Além disso, os pontos  $U$ ,  $F$ ,  $P$  e  $S$  são os centros dos quadrados construídos a partir dos lados do paralelogramo. Com estas informações responda as perguntas localizadas após a figura.



a) Prove que os triângulos  $RFO$  e  $ASM$  são congruentes.

b) Calcule a área do polígono  $AURFOPMS$ .

### QUESTÃO 3:

João possui uma calculadora, que dentre todas as funcionalidades oferecidas, apresenta uma tecla especial com a seguinte mecânica de funcionamento: se um número  $y$ , qualquer, diferente de 2 está no visor, e ele aciona a tecla especial, o resultado obtido será o número  $\frac{2y}{y-2}$ . Por exemplo, caso o número 1 esteja no visor, ao apertar a tecla especial, o resultado

dado será -2, pois  $\frac{2 \cdot 1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2$ . A partir destas informações responda:

- Se o número 3 está no visor, qual será o número obtido quando João apertar a tecla especial?
- Explique, detalhadamente, por que ao acionar a tecla especial duas vezes em sequência, João sempre obtém o número que era apresentado inicialmente pelo visor.
- Qual é o número que nunca será dado como resultado ao apertar a tecla especial?
- Para quais valores no visor, ao apertar a tecla especial apenas uma única vez, obtém-se o mesmo valor?

#### QUESTÃO 4:

Em uma pequena cidade interiorana do Brasil existem apenas duas empresas de táxi, a Rota Táxi e a TaxPress, cujos preços ao cliente estão catalogados na tabela abaixo:

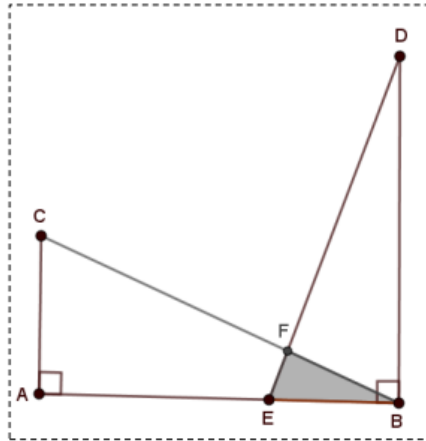
Rota Táxi		TaxPress	
Taxa Fixa	Adicional Por Quilômetro Rodado	Taxa Fixa	Adicional por Quilômetro Rodado
R\$2,00	R\$0,75	R\$3,00	R\$0,50

Os amigos Bruno, Elen e Marquinhos residem e trabalham nesta cidade, e sempre utilizam o serviço de táxi de casa para o trabalho. Nesse contexto, para economizar dinheiro, Marquinhos sempre utiliza os táxis da Taxpress e, pelo mesmo motivo, Bruno só usa os da Rota Táxi. Por outro lado, Elen usa o serviço de ambas as empresas, uma vez que, ela gasta o mesmo preço.

- a) Quanto Elen paga para ir de táxi de casa para o trabalho?
- b) Qual dos três amigos percorre, de táxi, a maior distância entre sua casa e seu trabalho?

**QUESTÃO 5:**

Na figura abaixo, os triângulos  $ABC$  e  $BDE$  são congruentes e os ângulos  $B\hat{A}C$  e  $D\hat{B}E$  são retos:



a) Ache a razão entre a área do triângulo  $BDF$  e a área do quadrilátero  $AEFC$ .

b) Determine a medida do ângulo  $B\hat{F}E$ .

c) Sabendo que  $AB = 15$  e  $AC = 8$ , determine a área do triângulo  $EBF$ .