

V OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE
SEGUNDA FASE
NÍVEL III - ENSINO MÉDIO - 2022

Nome Completo:

Ano em que Estuda:

Escola:

ASSINATURA DO ALUNO

Instruções

- Preencha os dados no cabeçalho desta folha, e lembre-se de assinar no local indicado;
- A duração da prova é de 3 horas;
- O participante deve permanecer obrigatoriamente no local de realização da prova por, no mínimo, 1 hora após o seu início;
- A prova contém 5 questões discursivas;
- Cada questão vale 20 pontos;
- A solução de **cada questão deve ser escrita na página reservada para ela**, de maneira organizada e legível, preferencialmente com caneta preta ou azul;
- Caso seja necessário, o verso das folhas pode ser usado para rascunho ou para complementar a resposta;
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar;
- Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões;

- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

Não é permitido:

- a. calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
- b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
- c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Ao final da prova, entregue ao aplicador todas as 6 folhas recebidas.

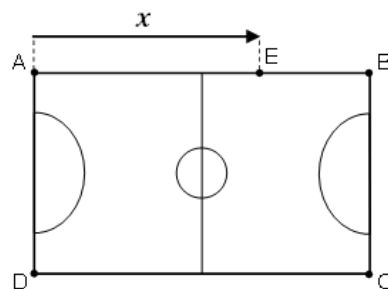
QUESTÃO 1: Um balão foi visto simultaneamente de três estações A, B e C sob ângulos de elevação 45° , 45° e 60° , respectivamente. Sabendo que A está a 3 km a oeste de C e que B está 4 km ao norte de C, determine a altura do balão.

QUESTÃO 2: Dois ciclistas andam em linha reta, cada um a 5 km/h, em sentidos contrários. Quando eles estão a exatos 10 km um do outro, uma mosca, voando a 6 km/h, passa sobre a cabeça de um deles e vai rumo ao outro. Assim que ela encontra o outro motociclista, ela voa em direção à cabeça do primeiro, e fica indo, de um para o outro, até os dois motociclistas se encontrarem.

a) Qual a distância total que a mosca percorre nesse vaivém?

b) Supondo que a mosca tenha começado suas idas e vindas voando a partir da esquerda para a direita, quantos km a mosca viajou só para a direita?

QUESTÃO 3: Julia anda sobre o contorno de uma quadra retangular ABCD. Ela parte do ponto A, anda 40 metros até chegar em B, depois anda mais 20 metros até chegar em C e finaliza seu trajeto em D. Após andar x metros, Julia está em um ponto E do contorno.



a) Calcule a área do triângulo ADE quando $x = 42$ metros.

b) Qual é a maior área possível para um triângulo ADE ?

c) Encontre a expressão da área do triângulo ADE em função do comprimento x .

d) Esboce o gráfico da função que representa a área do triângulo ADE .

QUESTÃO 4: Quatro times, A, B, C e D, disputam um torneio de vôlei em que cada time joga contra cada um dos outros uma única vez. Cada partida termina com a vitória de uma das equipes e cada um dos times têm a mesma probabilidade de ganhar. Ao final do torneio, os times são classificados em ordem pelo número de vitórias.

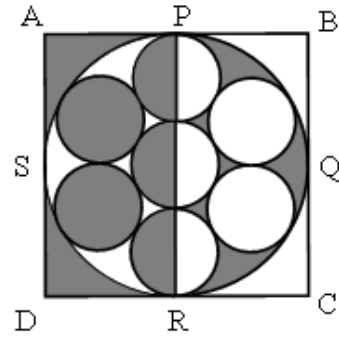
a) É possível que, ao final do torneio, todos os times tenham o mesmo número de vitórias? Por quê?

b) Qual a probabilidade de que o time A fique, sozinho, em primeiro lugar?

c) Qual é a probabilidade de que o torneio termine com três times empatados em primeiro lugar?

QUESTÃO 5:

Na figura ABCD é um quadrado de lado 12cm. No interior da circunferência maior, há 7 circunferências menores de raio 2 cm, tangentes entre si. Os pontos P, Q, R e S são os pontos de tangência do quadrado ABCD com a circunferência, e também são os pontos médios dos segmentos AB, BC, CD e DA, respectivamente.



- a) Qual a área da região sombreada?

- b) Determine a área da circunferência de raio 6 cm e de uma circunferência de raio 2 cm.

- c) Determine a área da região sombreada interior ao quadrado e exterior à circunferência de raio 6 cm.

- d) Determine a área da região sombreada interior à circunferência de raio 6 cm e exterior às circunferências de raio 2 cm.