OMOC

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

GABARITO DO CADERNO DE QUESTÕES

NÍVEIS 1 e 2

6 ao 9 Ano - Ensino Fundamental

Universidade Federal da Fronteira Sul

Campus Chapecó

2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

CADERNO DE RESPOSTAS

NÍVEIS 1 e 2

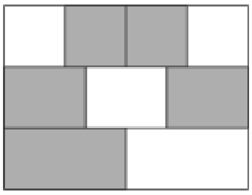
RESOLUÇÕES

Capítulo 1 – GEOMETRIA

1ª Questão

ALTERNATIVA B

Como as faixas são retângulos de mesmas dimensões, elas têm a mesma área, que é $36 \div 3 = 12\,m^2$. Segue que:



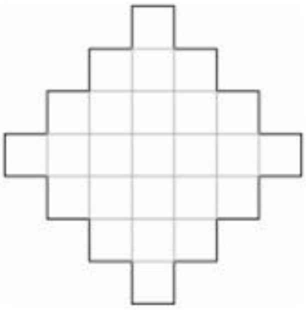
- na faixa inferior, a área de cada parte é $12 \div 2 = 6\,m^2$; essa é a área da parte cinza;
- na faixa do meio, a área de cada parte é $12 \div 3 = 4$; as duas partes cinzas têm então área total igual a $2 \times 4 = 8\,m^2$;
- na faixa do cima, a área de cada parte é $12 \div 4 = 3$; as três partes cinzas têm então área total igual a $2 \times 3 = 6\,m^2$.

A área total da região colorida de cinza é, portanto, $6 + 8 + 6 = 20\,m^2$.

2ª Questão

ALTERNATIVA D

O polígono tem 14 lados que são segmentos verticais e 14 que são segmentos horizontais. Seu perímetro é a soma dos comprimentos desses 28 segmentos; logo, o comprimento de cada segmento é $56 \div 28 = 2$ cm. Podemos agora decompor o polígono em 25 quadrados de 2 cm de lado, como na figura ao lado. A área de cada quadrado é $2 \times 2 = 4\,cm^2$ e a do polígono é então $25 \times 4 = 100\,cm^2$.



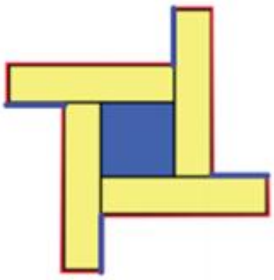
3ª Questão

ALTERNATIVA D

O comprimento do contorno em vermelho é a soma dos comprimentos dos segmentos que formam o contorno. Com exceção dos segmentos mais grossos, destacados em azul, os comprimentos de todos os outros são fornecidos pelo enunciado. Para encontrarmos o comprimento dos segmentos destacados em azul observamos que

(comprimento de um segmento de traço azul) $+10+20=45$.

Logo o comprimento de um traço azul é 15 cm e assim o contorno da figura mede $4 \cdot (45) + 4 \cdot (15) + 4 \cdot (10) = 180 + 60 + 40 = 280$ cm.



4ª Questão

ALTERNATIVA D

Cada figura é formada por 3 cópias da figura anterior, posicionadas de modo a colocar em contato apenas dois pares de quadradinhos das cópias das figuras. Em consequência, o comprimento do contorno da nova figura é igual a 3 vezes o comprimento do contorno da anterior, menos 4 cm (correspondentes aos lados em contato).

A tabela abaixo dá o comprimento do contorno das sucessivas figuras.

Figura	Contorno (cm)
1	4
2	$3\times4-4=8$
3	$3\times8-4=20$
4	$3\times20-4=56$
5	$3\times56-4=164$
6	$3\times164-4=488$

Portanto, o contorno da Figura 6 mede 488 cm.

5ª Questão

ALTERNATIVA A

Somando as metragens dos muros de Luiz e de Lúcio, obtemos $240+260=500$ m. Neste total estão computados o comprimento do muro original (de 340 m) mais duas vezes o comprimento do muro interno. Logo, o comprimento do muro interno é igual a $[500-340]/2=80$ metros.

Podemos também resolver algebricamente: como o muro interno pertence ao cercado dos terrenos de Luiz e de Lúcio, se x é a medida do muro interno, temos:

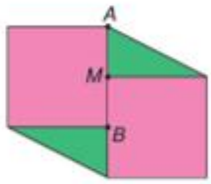
$$340+2x=240+260$$

Portanto $x=80$ m.

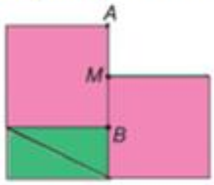
6ª Questão

ALTERNATIVA A

Como os quadrados estão dispostos de forma que os pontos A, M e B estão alinhados, e como M é o ponto médio de AB, segue que os dois triângulos da figura são triângulos retângulos, com catetos medindo 6 e 3 centímetros. Assim, a área de cada quadrado é $6\times6=36\text{ cm}^2$ e a área de cada triângulo é $\frac{6\times3}{2}=9\text{ cm}^2$. A área total da figura é $36+36+9+9=90\text{ cm}^2$.



Pode-se também deslocar um dos triângulos para se obter um outro método de resolução.

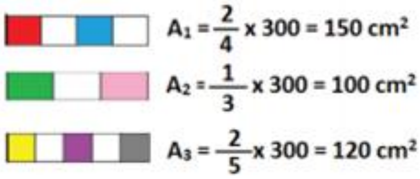


7ª Questão

ALTERNATIVA B

Cada faixa da bandeira tem área igual a 300 cm². As partes brancas da faixa superior têm, portanto, área igual a 150 cm². A parte branca da faixa do meio tem área igual a 100 cm² e as partes brancas da faixa inferior têm área 120 cm². Logo, a soma das áreas dos retângulos brancos é 150 + 100 + 120 = 370 cm².

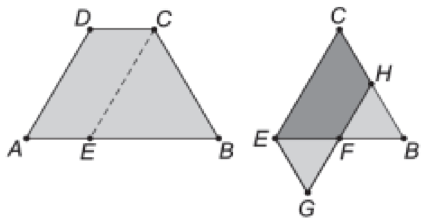
Em outras palavras, se A_1, A_2 e A_3 são as áreas dos retângulos brancos, respectivamente, em cada uma das três faixas, então, a área total de todos os retângulos brancos é $A_1 + A_2 + A_3 = 150 + 100 + 120 = 370$ cm².



8ª Questão

QUESTÃO 9
ALTERNATIVA E

Primeiro observamos que *AD* = *EC*, por serem lados opostos do paralelogramo *AECD*. Após a dobradura o segmento *AD* ocupou a posição representada pelo segmento *GH*, logo os segmentos EC e HG são paralelos e tais que *EC* = *AD* = *GH* = *GF* + *FH* = 4 + 4 = 8 cm. Também valem as igualdades *DC* = *AE* = *EG* = 4 cm. Além disso, usando que os triângulos *EFG* e *BFH* são equiláteros, temos as seguintes relações:



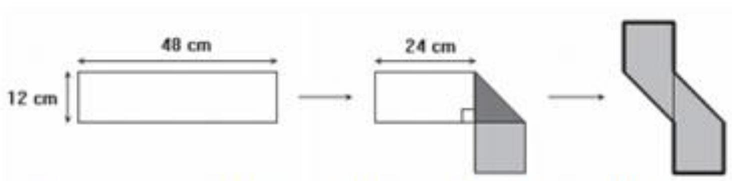
- $\angle CEB = \angle HFB = 60°$ (correspondentes)
- $\angle EBC = \angle FBH = 60°$
- $\angle ECB = 180° - \angle CEB - \angle EBC = 60°$

Assim, o triângulo *EBC* é equilátero de lado *EB* = *EF* + *FB* = 8 cm. O perímetro do trapézio é *ABCD* é, portanto, *AE* + *EB* + *BC* + *DC* + *AD* = 4 + 8 + 8 + 4 + 8 = 32 cm.

9ª Questão

(ALTERNATIVA D)

Na figura dada a parte cinza obtida depois da primeira dobradura pode ser dividida em duas partes: um quadrado de lado 12 cm e um triângulo de área igual a metade da área do quadrado. A área do quadrado é $12 \times 12 = 144\ \text{cm}^2$, logo a área do triângulo é $\frac{1}{2} \times 144 = 72\,\text{cm}^2$. Assim, a área dessa parte cinza é $144 + 72 = 216\,\text{cm}^2$. Depois da segunda dobradura, obtemos duas partes cinzas iguais, cuja área total é $2 \times 216 = 432\,\text{cm}^2$.



Outra solução: note que a área do polígono formado pelo papel dobrado é igual à área original da tira menos as áreas das partes que se sobrepõem. Após a primeira dobra, a parte sobreposta é representada pelo triângulo mais escuro, e depois da segunda dobra forma-se outra parte sobreposta igual à primeira. Juntas essas partes têm área igual à de um quadrado de lado 12 cm. Conseqüentemente, a área do polígono é igual a $12 \times 48 - 12 \times 12 = 576 - 144 = 432\ \text{cm}^2$.

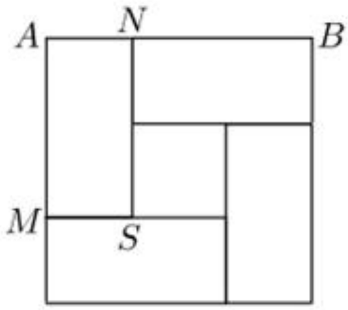
Outra solução: observamos que a área do polígono formado pela cartolina dobrada é igual à área em cinza na figura ao lado (dois quadrados e dois triângulos) que representa 6/8 da área da tira retangular. Logo, a área pedida é:

$\frac{6}{8}$ de $12 \times 48 = \frac{6}{8} \times 12 \times 48 = 6 \times 12 \times 6 = 432\,\text{cm}^2$.

10ª Questão

Como a área do quadrado do centro é igual a 64 m^2, então o seu lado mede 8 m. Como o perímetro de um quadrado é igual a quatro vezes o comprimento do seu lado, concluímos que o perímetro do quadrado central é igual a 32 m.

Como as cinco regiões têm o mesmo perímetro, concluímos que o perímetro de cada retângulo também é igual a 32 m. Observe agora a seguinte figura:



Através dela vemos que $MA + AN$ é igual à metade do perímetro do retângulo $MANS$.
Portanto,

$$MA + AN = 16 \text{ m}. \qquad (.4)$$

Mas os lados maiores dos retângulos são iguais, logo $MA = NB$. Assim, podemos substituir MA por NB na equação (.4) para obter que $NB + AN = 16$ m. Concluímos

então que o lado do terreno mede $NB + AN = 16$ m. Como o terreno tem forma de quadrado, a área do terreno é $(16 \text{ m})^2 = 256 \text{ m}^2$.