OMOC

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

GABARITO DO CADERNO DE QUESTÕES

NÍVEIS 1 e 2

6 ao 9 Ano - Ensino Fundamental

Universidade Federal da Fronteira Sul

Campus Chapecó

2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

CADERNO DE RESPOSTAS

NÍVEIS 1 e 2

RESOLUÇÕES

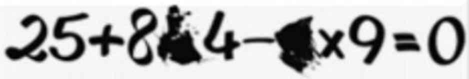
Capítulo 2 – NÚMEROS

1ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B
A soma de todos os números colocados nos quadradinhos é $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Ao somar os cinco números na horizontal com os cinco números da vertical, o número do quadradinho cinzento será somado duas vezes, enquanto todos os outros serão somados apenas uma vez. Logo esse número é $(27+22)-45=4$.

2ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B



Substituindo o primeiro borrão por cada um dos sinais de operação +, --, × ou ÷, obtemos as seguintes possibilidades (o símbolo □ indica o segundo borrão):

- $25+8+4-\square\times9=0$, ou seja, $37-\square\times9=0$
- $25+8-4-\square\times9=0$, ou seja, $29-\square\times9=0$
- $25+8\times4-\square\times9=0$, ou seja, $57-\square\times9=0$
- $25+8\div4-\square\times9=0$, ou seja, $27-\square\times9=0$

Como os números 37, 29 e 57 não estão na tabuada do 9 (ou seja, não são múltiplos de 9), não é possível substituir o segundo borrão por nenhum número natural nas três primeiras possibilidades. Já na quarta possibilidade, a substituição do segundo borrão por 3 leva a uma expressão verdadeira; concluímos que o número apagado pelo segundo borrão é o 3.

3ª QUESTÃO

ALTERNATIVA A
Quando a tira é dobrada ao meio, o último quadradinho fica em cima do quadradinho de número 1. Como o quadradinho 19 caiu em cima do 6, o 20 caiu em cima do 5, o 21 em cima do 4, o 22 em cima do 3, o 23 em cima do 2 e o 24 em cima do 1. Logo a tira tem 24 quadradinhos.

4ª QUESTÃO

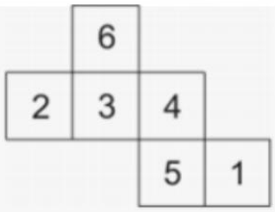
ALTERNATIVA D

A distância entre os pontos A e B é $\frac{19}{6}-\frac{7}{6}=\frac{12}{6}$.
O segmento AB foi dividido em quatro partes iguais; o comprimento de cada uma dessas partes é então $\frac{12}{6}\div4=\frac{3}{6}$. Logo o ponto C corresponde ao número $\frac{7}{6}-\frac{3}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

5ª QUESTÃO

ALTERNATIVA E

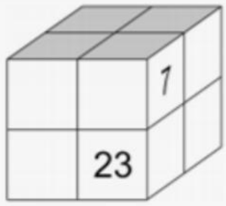
Um cubo tem seis faces; cada face é oposta a uma face e vizinha de outras quatro faces. Na planificação da figura, vemos que a face 3 é vizinha das faces 2, 4, 5 e 6. Logo a face 1 não é vizinha da face 3, ou seja, as faces 1 e 3 são opostas. Logo, a face 1 tem arestas comuns com as faces 2, 4, 5 e 6; o produto desses números é $2 \times 4 \times 5 \times 6 = 240$.



6ª QUESTÃO

ALTERNATIVA C

Como em cada face aparecem quatro números consecutivos, então na face onde estiver o número 1, obrigatoriamente estarão os números 1, 2, 3 e 4. Logo, na face onde estiver o número 5 estarão os números 5, 6, 7 e 8, e assim, sucessivamente, até chegarmos à face com os números 21, 22, 23 e 24.



Sendo assim, no cubo apresentado a face com o número 23 também apresenta os números 21, 22 e 24. Como o enunciado diz que a soma do maior número de uma face com o menor da face oposta é igual a 25, podemos concluir que na face oposta à que contém o 23 estão os números 1, 2, 3 e 4. Na face em que aparece o número 7 aparecem os números 5, 6 e 8, e na face oposta a esta estão os números 17, 18, 19 e 20. Logo, na face destacada (em cinza) pode estar qualquer número de 9 até 16.

Como a pergunta é qual é o menor número que pode aparecer na face cinza, a resposta é 9.

7ª QUESTÃO

ALTERNATIVA A

Notamos primeiro que a soma dos números de 1 a 25 pode ser calculada de várias maneiras; por exemplo, observando que $1+25=2+24=\ldots=12+14=26$, vemos que essa soma é $12 \times 26 + 13 = 325$. Desse modo, a soma dos números em uma linha, coluna ou diagonal é então $\frac{325}{5}=65$. As casas brancas do tabuleiro consistem de uma linha, de uma coluna e das duas diagonais, todas se cruzando na casa central; assim, ao somar os números dessa linha, dessa coluna e dessas diagonais o número da casa central aparecerá quatro vezes. Denotando por x o número da casa central e lembrando que a soma dos números das casas cinzentas é 104, temos então $4 \times 65 - 3x = 325 - 104$ e segue que $x = 13$.

8ª QUESTÃO

ALTERNATIVA C

Observe que para obter o primeiro retângulo foi necessário escrever quatro vezes o número 2012. Em seguida, para cada novo retângulo bastou escrever mais uma vez o número 2012; assim, Carlinhos escreveu $4+2011=2015$ vezes o número 2012 Portanto, a soma de todos os algarismos escritos é $2015 \times (2+0+1+2) = 2015 \times 5 = 10075$.

9ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

Seja n o número que Lucas pensou. O enunciado diz que $n = 285q + 77$, onde q é um númerc inteiro. Como $285 = 57 \times 5$, podemos reescrever essa expressão como

$$n = 57 \times (5q) + 57 + 20 = 57 \times (5q + 1) + 20 .$$

Logo o resto da divisão de n por 57 é 20.

10ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

O tabuleiro 7×7 pode ser facilmente preenchido e constata-se que na casa central deve aparecer o número 25, mas existe uma maneira melhor de fazer isto: no tabuleiro quadrado de 49 casas, a quantidade de números antes da casa central é igual à quantidade de números distribuídos depois da casa central. Logo, chamando de x o número que ocupa a casa central temos $x - 1$ números antes dele e $49 - x$ depois dele. Portanto, $x - 1 = 49 - x$, donde $2x = 50$. Portanto, $x = 25$. De modo geral, para qualquer tabuleiro quadrado de $2n + 1$ casas (um número ímpar), o número x que aparece na casa central satisfaz a igualdade $x - 1 = (2n + 1) - x$. Logo, $2x = 2n + 2$ e, portanto, $x = n + 1$.

11ª QUESTÃO

ALTERNATIVA E

Observando a conta, vemos que a letra B só pode representar o algarismo 0, pois é igual a A-A. Por outro lado, como o algarismo das centenas do resultado não aparece (é zero), concluímos que A representa o algarismo 1, pois quando tiramos de um número menor do que 100 de um número maior do que 200, a diferença é maior do que 100, que não é o caso. Substituindo os valores já encontrados, obtemos:

$$\begin{array}{rr} & A\ B\ A \\ - & C\ A \\ \hline & A\ B \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 1\ 0\ 1 \\ - & C\ 1 \\ \hline & 1\ 0 \end{array}$$

Disto concluímos que C representa o algarismo 9.

Outra solução: A conta apresentada pode ser convertida em uma adição, como na figura. O ~~algarismo que~~ corresponde à letra B deve ser 0, pois B + A = A. Analisando a casa das dezenas, vemos que A + C = 10, o que nos leva a concluir que o dígito das centenas do resultado é 1, ou seja, que A = 1. Logo, 1 + C = 10 e, portanto, C = 9.

$$\begin{array}{rr} & A\ B \\ + & C\ A \\ \hline & A\ B\ A \end{array}$$

12ª QUESTÃO

ALTERNATIVA E

Como x^2-xy = 23, então $x(x-y)$ = 23, mas 23 é um número primo e assim temos somente duas possibilidades:

- x =1 e x-y = 23. Isto implica y = - 22, o que não nos interessa pois x e y são números naturais
  ou
- x = 23 e x-y = 1. Isto nos leva a y = 22.
  Logo x + y = 22 + 23 = 45.

13ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

Basta observar que $242424 = 2 \times 121212$. Logo,

$$\frac{242424^2 - 121212^2}{242424 \times 121212} = \frac{(2 \times 121212)^2 - 121212^2}{2 \times 121212 \times 121212} = \frac{4 \times 121212^2 - 121212^2}{2 \times 121212^2} = \frac{3 \times 121212^2}{2 \times 121212^2} = \frac{3}{2}.$$

14ª QUESTÃO

181. ***Completar uma tabela*** – Observe que em cada quadrado formado por quatro quadradinhos, o número que está na parte inferior, à direita, é a soma dos outros três números. Assim, preenchemos a tabela.

0	1	2	3	4
1	2	5	10	$3+4+10=17$
2	$1+2+2=5$	$2+5+5=12$	$5+10+12=27$	$10+17+27=54$
3	10	27	66	147
4	17	54	147	**A**

Logo:

$$\mathbf{A} = 66 + 147 + 147 = 360.$$

15ª QUESTÃO

15 ***Soma constante – Solução***

a) Como a soma de três números consecutivos é sempre a mesma, se a, b, c e y estão escritos nessa ordem na fila, devemos ter $a = y$ pois:

...	a	b	c	y	...

$$\begin{aligned} a + \cancel{b} + \cancel{c} &= \cancel{b} + \cancel{c} + y \\ a &= y. \end{aligned}$$

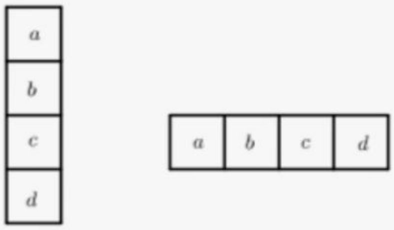
Assim, seguindo esse padrão de repetição a cada três quadrados, os vizinhos do número x devem ser 2 e 3 como indica a figura abaixo.

2		3	2	x	3	2		3	2	

Como $2 + x + 3 = 30$, segue que $x = 25$.

b) Repetindo o argumento do item anterior, na figura abaixo, podemos concluir que:

$$\begin{aligned} a+\cancel{b}+\cancel{c} &= \cancel{b}+\cancel{c}+d \\ a &= d. \end{aligned}$$



Consequentemente, quaisquer dois quadradinhos, separados por outros dois em uma mesma linha ou coluna, são iguais. Podemos então preencher dois vizinhos de x com os números sublinhados abaixo:

4			$\underline{4}$			$\underline{4}$	
						x	
						$\underline{7}$	
			7			$\underline{7}$	

Finalmente, analisando a soma de um triminó com x no meio, temos $4+7+x=30$ e $x=19$.