



OMOC

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

**GABARITO DO CADERNO DE QUESTÕES
NÍVEIS 1 E 2
6º ao 9º Ano - Ensino Fundamental**

Universidade Federal da Fronteira Sul

Campus Chapecó

2018





UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

**CADERNO DE RESPOSTAS
NÍVEIS 1 E 2**

01.

ALTERNATIVA B

Sabemos que:

- a soma dos números de Fátima e Bernardo é 16;
- a soma dos números de Bernardo e Daniela é 12.
- a soma dos números de Fátima e Daniela é 8;

Assim $16 + 8 + 12 = 36$ é duas vezes a soma dos números de Fátima, Bernardo e Eduardo; logo a soma dos números dessas três crianças é 18. Como a soma dos números de Bernardo e Daniela é 12, o número favorito de Fátima é $18 - 12 = 6$.

02.

ALTERNATIVA D

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

	é	diz que	logo
1	Adriano um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	Bruno uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	Carlos uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

	é	diz que	logo
1	Adriano uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	Bruno um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	Carlos um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

03.

ALTERNATIVA B

Na tabela abaixo mostramos como analisar as informações do enunciado. Na primeira linha, supomos que Bernardo disse a verdade; na segunda, que Guto disse a verdade e na terceira, que Carlos disse a verdade.

	Guto Não foi o meu	logo	Carlos Foi o meu	logo	Bernardo Não foi o de Guto	logo
1	mentiu	O celular de Guto tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	disse a verdade	O celular de Guto não tocou
2	disse a verdade	O celular de Guto não tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	mentiu	O celular de Guto tocou
3	mentiu	O celular de Guto tocou	disse a verdade	O celular de Carlos tocou	mentiu	O celular de Guto tocou

Nas duas primeiras linhas, chega-se à conclusão de que o celular de Guto tanto tocou quanto não tocou (em vermelho). Essa contradição mostra que o único caso possível é o da terceira linha, ou seja, Carlos disse a verdade e os celulares de Guto e Carlos tocaram.

04.

ALTERNATIVA D

Podemos organizar as informações numa tabela:

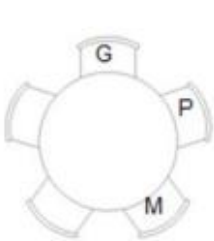
	mês	dia do mês	dia da semana
Andrea	agosto	16	segunda
Daniela	agosto	16	terça
Fernanda	setembro	17	terça
Patrícia	agosto	17	segunda
Tatiane	setembro	17	segunda

Se Andrea estivesse certa, então Fernanda não acertaria nenhuma das informações. Logo, não é ela que está certa, nem Fernanda (pelo mesmo motivo). Se Daniela estivesse certa, então Tatiane também nada acertaria. Logo Daniele e Tatiane não estão certas. Se Patrícia acertar tudo, as demais também acertarão alguma informação e, portanto, Patrícia é a única que está certa.

05.

**QUESTÃO 20
ALTERNATIVA D**

O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.



06.

ALTERNATIVA C

Renato retirou quatro bolas da caixa; como há duas bolas brancas e uma preta, uma das bolas retiradas deve, obrigatoriamente, ser vermelha. As outras alternativas são falsas: A) não é verdadeira pois Renato poderia ter retirado, por exemplo, três bolas vermelhas e uma branca; B) é também falsa, pois Renato poderia ter retirado três bolas vermelhas e uma preta; D) é falsa, porque Renato poderia ter retirado as três vermelhas e uma branca e, finalmente, E) não é verdadeira, pois Renato poderia ter retirado as duas brancas e duas vermelhas.

07.

ALTERNATIVA D

A tabela abaixo indica o que João e Maria dizem a respeito do dia da brincadeira (hoje, no diálogo) em cada pergunta:

Pergunta	João	Maria
Primeira	quinta	sexta
Segunda	domingo	sábado
Terceira	quarta	quinta

Como, pelo enunciado, João e Maria deram a resposta correta exatamente uma vez, concluímos que a brincadeira aconteceu em uma quinta-feira.

Outra solução: Observamos que a resposta correta de João foi para a primeira pergunta "Que dia da semana é hoje?". As outras duas respostas de João não podem ser verdadeiras, pois implicariam que todas as respostas de Maria estariam erradas. De fato, se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana será amanhã?", ou seja, se o dia seguinte fosse uma segunda-feira, a conversa teria ocorrido em um domingo e o dia anterior seria um sábado, confirmando que as três respostas de Maria estariam erradas. Conclusão análoga é encontrada se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana foi ontem?". Portanto, a conversa ocorreu em uma quinta-feira.

08.

ALTERNATIVA C

Se quem desenhou na parede foi Emília, ela mentiu e também Vitória mentiu. Então isso não ocorreu, pois somente uma menina mentiu.

Se quem desenhou na parede foi Luísa, ela mentiu e também Rafaela mentiu. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou na parede foi Marília, somente Vitória mentiu. Isso está compatível com as exigências do enunciado.

Se quem desenhou na parede foi Rafaela, Marília e Vitória mentiram. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou foi Vitória, Luísa e Marília mentiram; isso também não deve ter acontecido.

Logo, quem desenhou na parede da sala da Vovó Vera foi Marília.

Outra solução: Analisando as respostas de Emília e Rafaela, se qualquer uma das duas mentiu, então Luísa também falou uma mentira. Como não podemos ter duas netinhas mentindo, então Emília e Rafaela falaram a verdade. Portanto, a autora do desenho na parede só pode ser uma das três meninas: Marília, Rafaela ou Vitória. Se Vitória fala a verdade, então Luísa mente; conseqüentemente quem desenhou não foi nem a Marília, nem a Rafaela e a autora seria Vitória, mas isso acarreta que Marília também estaria mentido. Assim, Vitória mentiu, e todas as outras falam a verdade. Quem fez o desenho não pode ser Rafaela, só pode ser Marília.

ALTERNATIVA C

Vamos representar as informações do enunciado no diagrama ao lado. Nele, a letra H indica o único homem cujo nome não aparece no enunciado. A flecha que vai de Cláudia a Pedro, marcada com +5, quer dizer que Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia, e analogamente para as outras flechas. As flechas que saem de Bianca para Lorena e Cláudia indicam que ambas compraram mais livros que Bianca. Mais abaixo vamos explicar as flechas que não correspondem a dados do enunciado.

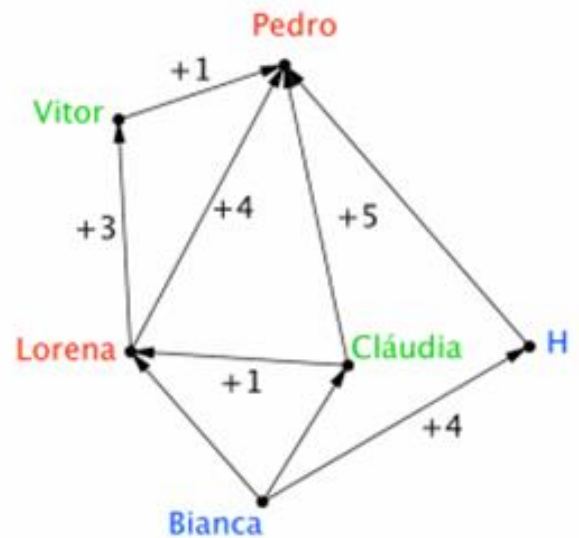
Como Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia e cada homem comprou 4 livros a mais que sua esposa, segue que Pedro não é o marido de Cláudia. Por outro lado, Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia, que comprou mais livros que Bianca; logo Pedro não é o marido de Bianca, ou seja, ele é o marido de Lorena. Indicamos essa conclusão no diagrama colocando os nomes de Pedro e Lorena em vermelho e marcando a flecha que os liga com +4.

Como Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia e 4 livros a mais que Lorena, segue que Lorena comprou 1 livro a mais que Cláudia, o que nos dá a flecha que liga Cláudia a Lorena. As flechas que ligam Cláudia a Vitor passando por Lorena mostram que Vitor comprou 4 livros a mais que Cláudia; como Cláudia comprou mais livros que Bianca, segue que Vitor comprou pelo menos 5 livros a mais que Bianca. Logo Vitor não é o marido de Bianca, ou seja, ele é o marido de Cláudia; indicamos essa conclusão colocando seus nomes em verde. Logo Bianca é a mulher de H; assim, ligamos esses dois por uma flecha com +4 e colocamos seus nomes em azul.

Notamos ainda que Pedro comprou pelo menos 6 livros a mais que Bianca; como H comprou 4 livros a mais que Bianca, segue que Pedro comprou mais livros que H.

Finalmente, observamos que como Pedro comprou 4 livros a mais que Lorena e Vitor comprou 3 livros a mais que Lorena, segue que Pedro comprou 1 livro a mais que Vitor, conforme indicado. Podemos agora analisar as alternativas:

- A) Falsa, pois Pedro comprou 1 livro a mais que Vitor.
- B) Falsa, pois Pedro é o marido de Lorena.
- C) Verdadeira, pois Pedro comprou mais livros que Vitor e que H.
- D) Falsa, pois Lorena comprou um livro a mais que Cláudia.
- E) Falsa, pois Vitor é marido de Cláudia.



10.

ALTERNATIVA B

Para simplificar, no parágrafo a seguir “azul” significa “bandeirinha azul” e analogamente para as outras cores.

Para que não haja azuis juntas, é necessário que entre duas azuis haja pelo menos uma bandeirinha de outra cor. Para isso, são necessárias pelo menos 24 bandeirinhas não azuis; como há exatamente $14 + 10 = 24$ bandeirinhas brancas e verdes, concluímos que a fila de bandeirinhas começa e termina com uma azul e que entre quaisquer duas azuis há exatamente uma branca ou uma verde. Em particular, as alternativas A) e C) são falsas.

Usando as letras A, B e V para as cores azul, branco e verde, a fila abaixo mostra que a alternativa D) é falsa:

ABABABABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABA

Vamos agora pensar em uma fila qualquer como uma sequência de blocos de duas letras dos tipos AB e AV, com uma letra A na extremidade direita. Pelo menos um bloco AB deve estar ao lado de um bloco AV, criando assim um bloco maior ABAV ou AVAB. Em qualquer dos casos, vemos uma sequência (BAV ou VAB) de três bandeirinhas de cores todas diferentes, o que mostra que a alternativa E) é falsa.

Finalmente, notamos que uma fila da Joana há 14 blocos AB e 10 blocos AV, além do A à direita. Com esses 10 blocos AV é possível separar no máximo 11 blocos AB uns dos outros; assim, há pelo menos dois blocos AB consecutivos, seguidos de uma letra A. Logo em qualquer fila da Joana há um bloco do tipo ABABA, ou seja, há pelo menos cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.

11.

ALTERNATIVA E

Vamos denotar as idades de Amanda, Bianca e Carolina por a , b e c , respectivamente. Para indicar, por exemplo, que Ana é mais jovem que Bianca, escrevemos $a < b$. Podemos agora fazer a seguinte tabela, listando as sentenças de I a IV na horizontal e as alternativas de A) a E) na vertical:

	I. $a < b$ e $c < b$	II. $b < a$	III. $b < a$ e $c < a$	IV. $* < a < *$
A) $a < b < c$	F	F	F	F
B) $c < b < a$	F	V	V	F
C) $b < c < a$	F	V	V	F
D) $c < a < b$	V	F	F	V
E) $a < c < b$	V	F	F	F

Na última coluna, a expressão $* < a < *$ indica que a idade de Amanda está entre as idades de Bianca e Carolina. A letra V – respectivamente, a letra F – em uma casa indica que a alternativa correspondente torna a condição correspondente verdadeira – respectivamente, falsa. A única alternativa que torna exatamente uma sentença verdadeira é a alternativa E.

12.

ALTERNATIVA C

Vamos colocar todas as respostas, identificando suas respectivas autoras, em uma mesma tabela.

	1	2	3	4	5
A	Ana, Beatriz e Cecília	Ana	Cecília	Beatriz e Cecília	
B		Beatriz e Cecília			Ana e Cecília
C			Beatriz		
D				Ana	
E			Ana		Beatriz

A prova tem cinco questões. Como Ana acertou quatro questões e Cecília três, concluímos que elas devem ter acertado pelo menos duas questões em comum, e a tabela nos mostra que elas acertaram as questões 1 e 5. Mas Beatriz também acertou a questão 1; logo, errou todas as outras. Concluímos que Cecília não acertou as questões 2 e 4, e, logo, ela acertou também a questão 3. Segue que Ana errou a questão 3.

13.

(ALTERNATIVA A)

Cada uma das três pessoas, em princípio, pode beber água ou suco, logo há $2 \times 2 \times 2 = 8$ possibilidades para considerar, conforme a tabela.

	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
2	suco	água	água
3	água	suco	água
4	suco	suco	água
5	água	água	suco
6	suco	água	suco
7	água	suco	suco
8	suco	suco	suco

Devemos agora analisar as condições do problema para decidir qual das possibilidades é a correta. A primeira condição (se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água) elimina as possibilidades 3 e 8. A segunda condição (se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco) elimina a possibilidade 2. A terceira condição (se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água) elimina as possibilidades 4 e 6. Até o momento, restam as possibilidades 1, 5 e 7.

	Ari	Bruna	Carlos
1	água	água	água
5	água	água	suco
7	água	suco	suco

e como apenas um deles pede sempre a mesma bebida, chegamos a Ari, que sempre pede água.

14.

ALTERNATIVA C

Na figura ao lado, A representa a idade de Arnaldo, C a de Celina e D a de Dalila; a flecha indica o sentido de idade crescente. A ordem das letras C, A e D indica que Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. Logo o esposo de Celina é Beto, que é também o mais velho de todos.

