OMOC

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

GABARITO DO CADERNO DE QUESTÕES

NÍVEIS 1 e 2 – Ensino Fundamental

Disponível em:

https://omocuffs.weebly.com/

Universidade Federal da Fronteira Sul

***Campus* Chapecó**

2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO OESTE CATARINENSE

CADERNO DE RESPOSTAS

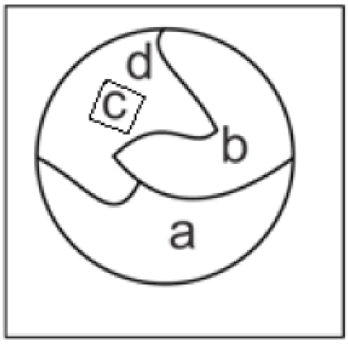
NÍVEIS 1 e 2

RESOLUÇÕES

Capítulo 5 - Probabilidade

1ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D



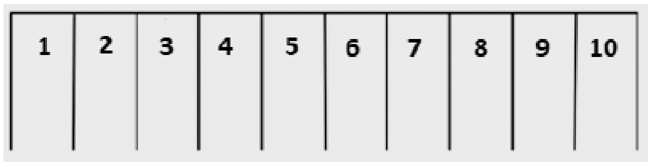
O círculo é composto de quatro regiões. Rotulamos as regiões como na figura. Se começarmos a pintar as regiões a partir da menor (c), teremos quatro cores para fazê-lo. A região em volta, (d), terá apenas três cores disponíveis. As duas outras regiões são vizinhas à região (d) e vizinhas entre si; portanto, a próxima região a ser pintada tem três cores disponíveis e a última, apenas duas, já que é vizinha de duas regiões. Pelo Princípio Multiplicativo, o número total de maneiras possíveis de pintar as regiões do círculo é, portanto, 4 x 3 x 3 x 2 = 72.

Observação: A ordem em que começamos a pintar pode ser outra, mas isso pode exigir mais cuidado. Por exemplo, podemos pintar a figura na seguinte ordem: a, c, b e d. Para (a), temos 4 possibilidades e precisamos dividir em casos. Para a região (c), depende de a cor ser igual ou não à de (a). Se for igual, o número total de possibilidades é 4 x 1 x 3 x 2 = 24, e se a cor de (a) for diferente da de (c), o número de possibilidades é 4 x 3 x 2 x 2 = 48. Assim, seguindo este procedimento, o número total de possibilidades é 48 + 24 = 72.

2ª QUESTÃO

QUESTÃO 19

ALTERNATIVA D



Consideramos dois casos:

a) O motorista do primeiro carro decide estacionar em uma das vagas marcadas com os números 1 ou 10. Para cada uma dessas escolhas, o segundo motorista terá 8 opções disponíveis de estacionamento; logo, nesse caso, há um total de $2 \times 8 = 16$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros (utilizamos aqui o Princípio Multiplicativo da Contagem).

b) O motorista do primeiro carro decide estacionar em uma das vagas marcada com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Para cada uma dessas escolhas, o segundo motorista terá 7 opções disponíveis de estacionamento; logo, nesse caso, há um total de $8 \times 7 = 56$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros.

De acordo com as situações anteriores, há um total de $16 + 56 = 72$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros (utilizamos aqui o Princípio Aditivo da Contagem).

3ª QUESTÃO

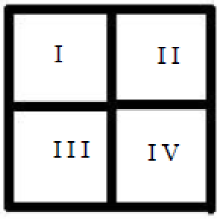
ALTERNATIVA D

Como em cada linha e em cada coluna devem aparecer exatamente três casas pintadas, podemos pensar nas casas que ficarão vazias. Devemos escolher as casas vazias de modo que em cada linha e em cada coluna apareça exatamente uma casa vazia. Na primeira linha podemos escolher qualquer uma das casas para deixar vazia; na segunda, há apenas três escolhas, na terceira linha, duas escolhas e, finalmente, na última linha, apenas uma escolha. Pelo Princípio Multiplicativo da Contagem, há 4 x 3 x 2 x 1 = 24 maneiras de escolher as casas vazias com exatamente uma delas em cada linha e em cada coluna. Escolhidas as casas vazias, é só pintar as demais. Conclusão: há 24 maneiras de pintar as casas de modo que em cada linha e em cada coluna apareçam exatamente três casas pintadas de preto.

4ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

Solução: Vamos dividir em dois casos:



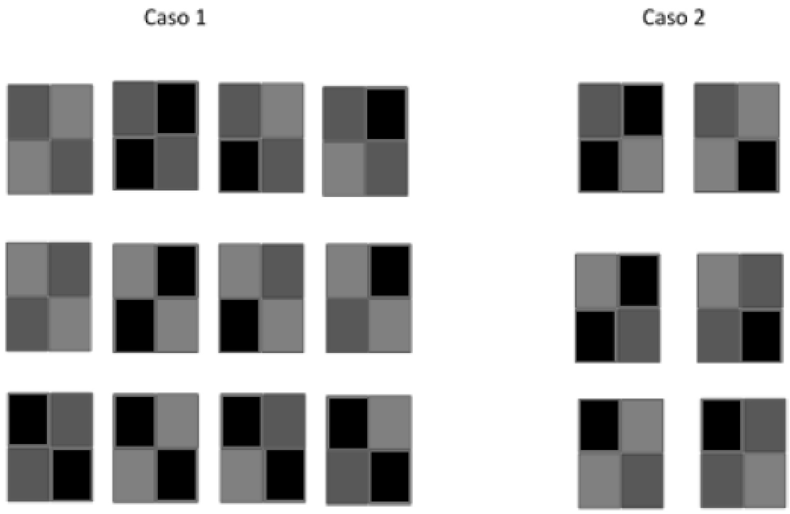
Caso 1: As casas I e IV devem ser pintadas da mesma cor.

Neste caso, há 3 possibilidades de se pintar a casa I, uma só possibilidade de se pintar a casa IV (pois sua cor deve ser a mesma que a da casa I), duas possibilidades para a casa II e também duas possibilidades para a casa III. Pelo Princípio Multiplicativo da Contagem, há, neste caso, 3 x 1 x 2 x 2 = 12 possibilidades de pinturas.

Caso 2: As casas I e IV devem ser pintadas de cores diferentes. Neste segundo caso, podemos usar três cores para pintar a casa I e duas cores para pintar a casa IV. Como as cores das casas I e IV são diferentes, resta apenas uma possibilidade para se pintar a casa II e uma possibilidade para se pintar a casa III. Novamente pelo Princípio Multiplicativo, temos, neste segundo caso, 3 x 2 x 1 x 1 = 6 possibilidades de pinturas.

Juntando os casos 1 e 2, temos, então, 12 + 6 = 18 possibilidades no total.

Tudo o que fizemos foi contar organizadamente as possibilidades abaixo, sem a necessidade, entretanto, de listá-las uma a uma.



5ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

Começamos a colorir a figura pelo círculo marcado com a letra A. Temos 3 opções de cores para A e, uma vez selecionada a cor de A, temos 2 possibilidades de cores para o círculo B. Para cada escolha de cores para A e B, a cor de C fica unicamente determinada pelas condições do problema. Logo, pelo princípio multiplicativo, temos $3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilidades diferentes de colorir os círculos A, B e C. Agora notamos que, para qualquer escolha de cores para A, B e C, as cores dos círculos restantes ficam unicamente determinadas. Portanto, temos 6 maneiras diferentes de colorir os círculos da figura de acordo com as condições do enunciado.

6ª QUESTÃO

ALTERNATIVA B

Vamos imaginar que as três amigas são Clara, que não gosta de cravos, Larissa, que não gosta de lírios, e Renata, que não gosta de rosas. Clara deve receber o lírio ou a rosa. Se ela receber o lírio, Larissa deve receber a rosa e Renata, o cravo; se ela receber a rosa, então Larissa deve receber o cravo e Renata, o lírio. Logo Gabriel pode distribuir as flores apenas de 2 maneiras.

Clara	Larissa	Renata
lírio	rosa	cravo
rosa	cravo	lírio

Pode-se também listar todas as possibilidades de distribuir as flores entre as amigas. Isso é feito na tabela à esquerda, onde destacamos as opções em que alguma amiga recebe uma flor que não gostaria de receber.

Clara	Larissa	Renata
cravo	lírio	rosa
cravo	rosa	lírio
lírio	cravo	rosa
lírio	rosa	cravo
rosa	cravo	lírio
rosa	lírio	cravo

7ª QUESTÃO

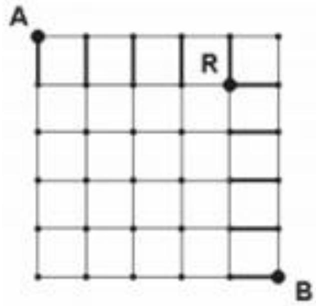
9. (alternativa C)

Como há 22 times no campeonato e cada time só não enfrenta a si próprio, então ele joga 21 vezes (com os outros 21 times) em seu campo e mais 21 vezes nos campos dos adversários. No total, cada time disputa 21 + 21 = 42 partidas.

8ª QUESTÃO

16. (alternativa B) Manuela pode começar pintando uma das 4 paredes de azul. Depois disso sobram 2 escolhas de cor para a parede oposta (verde ou branco). Para acabar, ela pode pintar uma das paredes ainda não pintadas com uma das 2 cores não usadas, e então pintar a última parede com a cor que falta. O número de maneiras diferentes de efetuar esse procedimento é $4\times2\times2=16$.

9ª QUESTÃO



(ALTERNATIVA C)

Para ir de A até R a formiguinha deve escolher um dos cinco segmentos verticais em traço mais grosso na primeira linha da figura. Uma vez escolhido esse segmento, há um único caminho de A até R que passa por ele. Desse modo, a formiguinha pode ir de A até R de cinco maneiras diferentes. Analogamente, ela pode seguir de R até B de cinco maneiras diferentes. Logo o número de maneiras que ela tem para ir de A até B é $5\times5=25$.

Podemos também usar as letras *b* e *d* para dizer se a formiguinha percorre um segmento para baixo ou para direita, respectivamente. Um caminho de A até R é então uma seqüência de um *b* e quatro *d*'s, de modo que há cinco desses caminhos, a saber *bdddd*, *dbddd*, *ddbdd*, *dddbd* e *ddddb*. Analogamente há cinco caminhos de R até B, e a resposta segue como acima.

10ª QUESTÃO

(ALTERNATIVA C)

Para cada uma das camisas pretas e azul é possível escolher três camisas de cor diferente, num total de $3 \times 3 = 9$ possibilidades; notamos que estar com uma camisa preta de mangas curtas é diferente de estar com uma de mangas compridas. Para as camisas cinza e branca podemos escolher qualquer calça, num total de $2 \times 4 = 8$ possibilidades. Ao final, temos $9 + 8 = 17$ possibilidades.

Uma outra maneira de resolver a questão é a seguinte: são 5 as possibilidades de escolha de camisas e quatro a de calças, logo, sem levar em conta as cores, há $5 \times 4 = 20$ modos de se vestir. Destes, devemos descontar os casos em que se repetem as cores de calça e camisa, que são apenas três: camisa preta de mangas compridas com calça preta, camisa preta de mangas curtas com calça preta e camisa azul com calça azul. Logo, são $20 - 3 = 17$ maneiras diferentes de se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas.

11ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

Temos cinco posições distintas para colocarmos cinco quadros também distintos. Na primeira posição temos 5 escolhas distintas possíveis. Na segunda posição temos 4 escolhas distintas, e assim por diante. Pelo princípio multiplicativo, podemos formar $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ paisagens distintas. Como um mês tem, aproximadamente, 30 dias, podemos mudar a paisagem por aproximadamente $\frac{120}{30} = 4$ meses.

12ª QUESTÃO

ALTERNATIVA D

Chamando cada participante pela primeira letra de seu nome, as possibilidades de escolha dos 2 premiados são: AB , AC , AD , AE , BC , BD , BE , CD , CE , DE, ou seja, há 10 possibilidades. As possibilidades de escolha das duas premiações são: Ouro Ouro, Ouro Prata, Ouro Bronze, Prata Ouro, Prata Prata, Prata Bronze, Bronze Ouro, Bronze Prata e Bronze Bronze, ou seja, há 9 possibilidades. Pelo Princípio Multiplicativo, as diferentes formas de premiação são 10 x 9 = 90.

Outra solução Existem dois casos a considerar: ou os dois meninos premiados ganharam medalhas iguais, ou ganharam medalhas diferentes.

Se as medalhas são iguais, há 3 possibilidades para as medalhas, a saber, ou as duas são de ouro, ou as duas são de prata, ou as duas são de bronze. Além disso, dos 5 meninos, apenas 2 receberam medalhas, o que pode ocorrer de $\frac{5\times4}{2}$ maneiras diferentes (são 5 escolhas para o primeiro e são 4 escolhas para o segundo menino, mas precisamos dividir por 2, para eliminar as repetições, uma vez que para determinar a dupla de premiados, não importa a ordem de escolha dos meninos). Logo, pelo Princípio Multiplicativo, há $3 \times \frac{5\times4}{2} = 3 \times 10 = 30$ possibilidades para a premiação de dois desses meninos com medalhas iguais.

No segundo caso, se as medalhas recebidas pelos 2 meninos premiados são diferentes, há 3 possibilidades para os tipos de medalhas: ouro e prata; ouro e bronze; e prata e bronze. Em cada uma dessas possibilidades, a mais valiosa será recebida por 1 dos 5 meninos e a outra por um dentre os 4 meninos restantes. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, nesse caso, o número de formas diferentes de premiação é $3 \times 5 \times 4 = 60$.

Portanto, pelo Princípio Aditivo, o número total de formas diferentes de ocorrer a premiação é $30 + 60 = 90$.

13ª QUESTÃO

a) Cristina pode preencher cada uma das três linhas do cartão de 6 maneiras diferentes; logo o número de maneiras de preencher o cartão é $6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Se os ratinhos escolhem casinhas diferentes, então o primeiro tem 6 escolhas possíveis, o segundo tem 5 escolhas possíveis e o terceiro tem 4. Logo o número de maneiras em que Cristina pode preencher o cartão é $6 \times 5 \times 4 = 120$

c) *1ª solução:* Há três pares de ratinhos: ML, MT e LT. Os cartões que Cristina deve preencher correspondem a um par de ratinhos escolher uma casinha e o terceiro ratinho escolher uma casinha diferente. Logo o número de cartões deve ser $3 \times 6 \times 5 = 90$.

2ª solução: Para preencher um cartão supondo que dois ratinhos se esconderão na mesma casinha e o terceiro em uma casinha diferente, Cristina deve colocar duas marcas "X" em uma mesma coluna e uma marca "X" em uma coluna diferente. Para colocar as duas marcas "X" ela tem 6 escolhas de coluna e, depois disso, 3 maneiras de colocar os dois "X" nessa coluna (1ª e 2ª linhas, 1ª e 3ª linhas e 2ª e 3ª linhas), num total de $6 \times 3 = 18$ maneiras. Isso feito, ela tem 5 escolhas para colocar o terceiro "X", o que nos dá o total de $18 \times 5 = 90$ cartões.

Observamos que a 1ª e a 2ª solução são essencialmente a mesma.

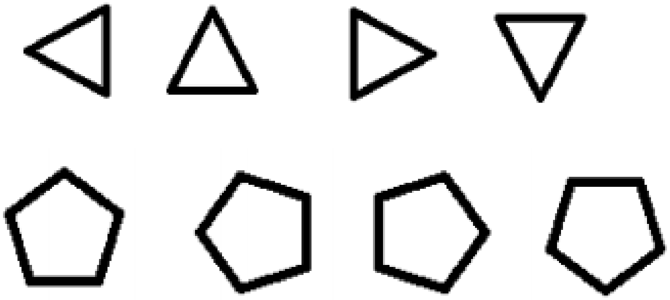
3ª solução: Os ratinhos podem se esconder nas casinhas de três maneiras diferentes:

- os três na mesma casinha; temos aqui 6 possibilidades, uma para cada casinha;
- os três em três casinhas diferentes; temos aqui 120 possibilidades, que calculamos no item (b);
- dois em uma mesma casinha e o terceiro em uma outra casinha, que é o que queremos calcular.

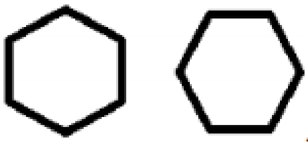
Assim, para achar o número procurado, basta subtrair do número total de preenchimentos possíveis as possibilidades para os outros dois casos; o resultado é então $216 - 6 - 120 = 90$, como antes.

14ª QUESTÃO

Como os cartões são quadrados podemos girá-los como quiser. Assim, o triângulo e o pentágono podem ser colados de 4 maneiras distintas.



Já o quadrado, não importa quanto giremos, ele sempre gerará a mesma imagem; e para o hexágono teremos duas possibilidades.



item a)

O pentágono pode ser visualizado de 4 maneiras distintas. Basta observar que o pentágono tem um lado paralelo a um dos lados do cartão, logo há 4 lados possíveis para esse lado ficar paralelo a um dos lados do cartão.

Item b)

O hexágono pode ser visualizado de 2 maneiras distintas. Basta observar que o hexágono tem dois lados opostos paralelos aos lados do cartão, logo esses lados podem estar paralelos aos lados de cima e de baixo, ou aos lados direito e esquerdo.

Item c)

Pelo princípio multiplicativo, o triângulo pode ser colado em 4 posições e de 4 maneiras distintas (4 x 4 =16 possibilidades). O quadrado terá 3 posições possíveis de uma única maneira. O pentágono terá 2 posições possíveis e pode ser colado de 4 maneiras e o hexágono deverá ser colado na quarta e última posição, de duas maneiras possíveis.

Logo, há 4 x 4 x 3 x 1 x 2 x 4 x 1 x 2 = 768 maneiras distintas.

Outra solução

Podemos começar posicionando as figuras no álbum. Isso pode ser feito de 4 x 3 x 2 x 1 = 24 maneiras diferentes. Depois, para cada uma das 24 maneiras, podemos modificar a posição das figuras: Triângulo, 4 maneiras; Quadrado, 1 maneira; Pentágono, 4 maneiras; Hexágono, 2 maneiras.

Logo, teremos um total de 24 x 4 x 1 x 4 x 2 = 768 configurações diferentes para a primeira página do álbum.