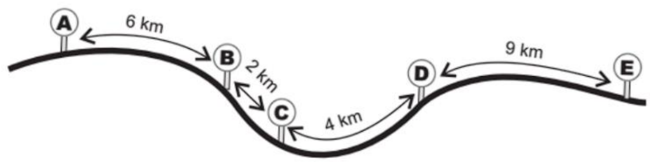
SEGUNDA LISTA DE TREINAMENTO NÍVEL 2

OMOC

QUESTÃO 1:

José e seus parentes moram em algumas das cidades A, B, C, D e E, indicadas na figura com as distâncias entre elas. Ele saiu de sua cidade e viajou 13 km para visitar seu tio, depois mais 21 km para visitar sua irmã e, finalmente, mais 12 km para ver sua mãe. Em qual cidade mora a mãe de José?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E



SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA D

A primeira etapa da viagem do José só pode ter sido C→E ou E→C, pois 4 + 9 =13 é o único modo de percorrer 13 km entre cidades nessa estrada. Como todas as cidades distam de C menos que 21 km, o percurso inicial foi C→E. Percorrendo 21 km a partir de E levou José à cidade A e mais 12 km o levam à cidade D, que é onde mora sua mãe.

QUESTÃO 2:

Renato tem 30 melancias, Leandro tem 18 melancias e Marcelo tem 24 jacas. Ao contrário de Leandro e Renato, Marcelo não gosta de jaca. Por outro lado, os três gostam de melancia. Os três fazem então um acordo: Marcelo dá as suas 24 jacas para Leandro e Renato, e as melancias de Leandro e Renato são divididas igualmente entre os três, ou seja, 16 para cada. Para que haja uma divisão justa das jacas entre Renato e Leandro e cada um receba uma quantidade equivalente ao número de melancias dadas, quantas jacas cada um deve receber?

a) Renato 3 e Leandro 21
b) Renato 5 e Leandro 19
c) Renato 14 e Leandro 10
d) Renato 15 e Leandro 9
e) Renato 21 e Leandro 3

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA D

Solução 1:

A ideia é determinar o valor de melancias em termos de jacas. Como são 18+30 = 48 melancias e 24 jacas, temos a proporção

$$\begin{array}{rcc} 48 \text{ melancias} & — & 24 \text{ jacas} \\ 1 \text{ melancia} & — & x \text{ jacas} \end{array}$$

O que dá x = 1/2. Ou seja, uma melancia equivale a meia jaca. Como Renato tinha 30 melancias, este deve receber 15 jacas. Como Leandro tinha 18 melancias, este deve receber 9 jacas.

Solução 2:

Temos um total de 30 + 18 = 48 melancias. Como Renato tinha 30 e Leandro 18, temos (através da proporção exemplificada abaixo) que eles detinham 62,5% e 37,5%, respectivamente, do total das melancias.

48 --- 100% 48 --- 100%
30 --- x 18 --- x

X= 62,5% X= 37,5%

Como temos um total de 24 jacas (100%) e cada um deve receber proporcionalmente, temos:

24 --- 100% 24 --- 100%
x --- 62,5% x --- 37,5%

X= 15 jacas X= 9 jacas

Logo, Renato deverá receber 15 jacas e Renato 9.

QUESTÃO 3:

Turmalinas são pedras semipreciosas cujo valor varia de acordo com o peso; se uma turmalina pesa o dobro de outra, então seu valor é cinco vezes o dessa outra. Zita, sem saber disso, mandou cortar uma turmalina que valia R$1.000,00 em quatro pedras iguais. Quanto ela irá receber se vender os quatro pedaços?

a) R$ 160,00
b) R$ 200,00
c) R$ 250,00

d) R$ 400,00

e) R$ 500,00

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA A

Se o peso de uma turmalina é o dobro do peso de outra, então seu peso é cinco vezes o preço da outra; isto equivale a dizer que se uma turmalina pesa a metade de outra, então seu preço é um quinto do preço da outra. Zita dividiu sua turmalina em 4 pedras iguais, o que equivale a primeiro dividi-la em 2 turmalinas iguais e depois dividir cada uma dessas em 2 também iguais. No primeiro passo, Zita ficará com 2 turmalinas cada uma de valor $\frac{1000}{5} = 200$ reais. Depois do segundo passo, Zita terá 4 turmalinas, cada uma valendo $\frac{200}{5} = 40$ reais. Logo, essas 4 turmalinas juntas valem $4 \times 40 = 160$ reais.

QUESTÃO 4:

Júlio quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ele não quer que as paredes azuis e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar seu quarto?

A) 8

B) 16

C) 18

D) 20

E) 24

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA A

Júlio pode começar pintando uma das 4 paredes de azul. Depois disso sobram 2 escolhas de cor para a parede oposta (verde ou branco). Para acabar, ele pode pintar uma das paredes ainda não pintadas com uma das 2 cores não usadas, e então pintar a última parede com a cor que falta. O número de maneiras diferentes de efetuar esse procedimento é $4 \times 2 \times 2 = 16$.

QUESTÃO 5:

A figura é formada por 5 trapézios isósceles iguais. Qual é a medida do ângulo indicado?

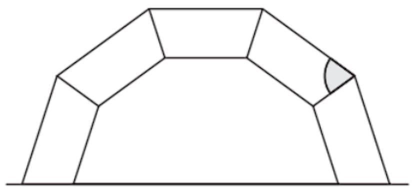
A) 72º

B) 74º

C) 76º

D) 78º

E) 80º



SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA A

Lembramos que a soma dos ângulos internos de um polígono de *n* lados é (*n* – 2) ×180°. Podemos ver a figura do enunciado como um polígono de 6 lados (em traço mais grosso na figura ao lado); a soma de seus ângulos internos é então (6 – 2) × 180° = 720°. Por outro lado, como os trapézios são congruentes, a soma destes ângulos internos é igual a 10 vezes a medida do ângulo marcado, que vale então $\frac{720°}{10} = 72°$.

QUESTÃO 6:

Sabemos que $\frac{8^X}{2^{X+Y}} = 64\ e\ \frac{9^{x+y}}{3^{4y}} = 243.$ Qual o valor de 2*xy*?

a) $\frac{6}{4}$

b) 3

c) $\frac{7}{2}$

d) 4

e) 7

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA E

Como 8 = 2^3 e 9^2, temos

$$\begin{aligned} 64 &= \frac{8^x}{2^{x+y}} \\ 2^6 &= 2^{3x-(x+y)} \\ &= 2^{2x-y} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 243 &= \frac{9^{x+y}}{3^{4y}} \\ 3^5 &= 3^{(2x+2y)-4y} \\ &= 3^{2x-2y}. \end{aligned}$$

Assim, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 2x - 2y = 5. \end{cases}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, temos y = 1. Substituindo este valor na primeira equação, temos $x = \frac{7}{2}$. Daí, $2xy = 2 \times \frac{7}{2} \times 1 = 7$.

QUESTÃO 7:

Patrícia escreveu, em ordem crescente, os inteiros positivos formados apenas por algarismos ímpares:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, ...

Qual foi o 157º número que ela escreveu?

a) 997
b) 999
c) 1111
d) 1113
e) 1115

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA D

Há cinco algarismos ímpares: 1, 3, 5, 7 e 9. Contando apenas números inteiros positivos, existem então 5 números formados por apenas um algarismo ímpar, 5 × 5 = 25 números formados por dois algarismos ímpares e 5 × 5 × 5 = 125 números formados por três algarismos ímpares. Assim, existem 5 + 25 + 125 = 155 números inteiros positivos menores que 1000 formados por algarismos ímpares. O 156º é então 1111 e o 157º é 1113.

QUESTÃO 8:

Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{10}{3}$

d) 2

e) $\frac{5}{2}$

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA E

Observamos que:

$$\frac{PAPAI \times GALO}{PAPAGAIO} = \frac{12 \times 5}{24} = \frac{5}{2}.$$

Como a cada letra está associado um número, podemos simplificar a fração cancelando letras iguais no numerador e denominador, obtendo:

$$\frac{PAPAI \times GALO}{PAPAGAIO} = \frac{L}{1} = L = \frac{5}{2}.$$

QUESTÃO 9: Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

• retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;

• se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;

• caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que:

a) As duas serão brancas.

b) As duas serão cinzentas.

c) As duas serão pretas.

d) Exatamente uma será preta.

e) Exatamente uma será cinzenta.

SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA D

Quando se retiram duas bolas pretas da caixa, elas não retornam; mas quando as bolas retiradas são uma preta e outra de cor distinta, a preta retorna. Isso mostra que o número de bolas pretas na caixa diminui de dois em dois. Como o número inicial de bolas pretas é ímpar, sempre haverá um número ímpar de bolas pretas na caixa; desse modo, exatamente uma das duas bolas que sobrar na caixa é preta.

QUESTÃO 10:

Na figura, ABCD é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB. Qual é a soma das áreas dos triângulos sombreados?

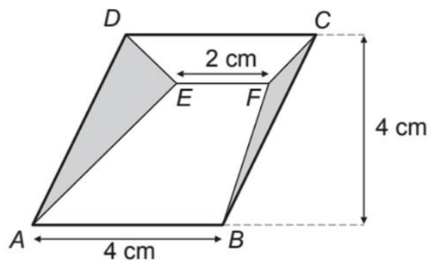
A) 2 cm^2

B) 4 cm^2

C) 6 cm^2

D) 8 cm^2

E) 10 cm^2



SOLUÇÃO:

ALTERNATIVA B

Para achar a soma das áreas dos triângulos, basta calcular a área do paralelogramo ABCD e subtrair as áreas dos trapézios ABFE e CDFE. Seja h a altura do trapézio ABFE; sua área é então $\frac{AB+EF}{2}h = 3h$ cm^2. Como a altura do paralelogramo ABCD é 4 cm, a altura do trapézio CDFE é $4 - h$ e sua área é $\frac{CD+EF}{2}(4-h) = 12 - 3h$ cm^2. A área do paralelogramo ABCD é $16\ cm^2$ e a soma das áreas dos triângulos é então $16 - (3h + 12 - 3h) = 4\ cm^2$.