Soluções da primeira lista de treinamento

Observação: as soluções das questões foram retiradas do site da OBMEP: http://www.obmep.org.br/index.htm

Questão 01:
Temos O'C = 80 - 50 = 30 e OM = 80 - 45 = 35 . Logo MO' = 80 - 35 - 30 = 15.

Questão 02:
O consumo mensal médio como a razão entre a soma dos consumos mensais e o número de meses. Logo, o consumo mensal médio é igual a:

$$\frac{12,5+13,8+13,7+11,4+12,1}{5}=12,7\ m^3$$

Questão 03:
Como 43 = 10 x 4 + 3 , numa primeira vez, as 43 garrafas vazias podem ser trocadas por 10 garrafas cheias, sobrando ainda 3 vazias. Agora, consumindo o leite dessas 10 garrafas, ficamos com 13 vazias, 13= 4 x 3 +1 , que podem ser trocadas desta vez por 3 cheias, sobrando 1 vazia. Finalmente, consumindo o leite das 3 garrafas cheias, sobram 4 vazias, que podem ser trocadas por 1 cheia. Portanto, o total de garrafas cheias de leite que podem ser obtidas é 10 + 3 + 1 = 14.

Questão 04:
Como 1/3 dos cachorros realiza 1/3 do trabalho durante o mesmo período, podemos concluir que 3/3 = 1 cachorro precisa de 7 horas para construir 9/3 = 3 buracos. Trabalhando 1/3 do tempo, esse cachorro fará 1/3 do trabalho e assim, podemos garantir que 1 cachorro gasta (7 · 60)/3 = 140 minutos para fazer um buraco. De modo semelhante, 1 passarinho precisa de 40 minutos para construir 2/5 de um ninho e 5/2 · 40 = 100 minutos para construir 5/2 · 2/5 = 1 ninho. Portanto, para cavar um buraco, um cachorro gasta 40 minutos a mais que um passarinho para construir um ninho.

Questão 04:

a) $\frac{4}{25}$. Como Bia pegou $\frac{1}{5}$ de $\frac{4}{5}$, ela ficou com $\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{25}$ dos sanduíches.

b) Ana pegou $\frac{1}{5}=\frac{5}{25}$ e Cátia, Diana e Elaine dividiram entre as três a fração que restava, que era $1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$, ou seja, cada uma pegou $\frac{16}{75}$ dos sanduíches, que é maior que $\frac{12}{75}$ e $\frac{15}{75}$. Sendo assim, Cátia, Diana e Elaine ficaram com a maior parte e Bia com a menor.

Questão 05:
O desvio tem comprimento igual a 20 + 50 + 30 = 100km. Logo, a quantidade de quilômetros a mais que os viajantes terão que percorrer é 100 – 40 = 60 km, já

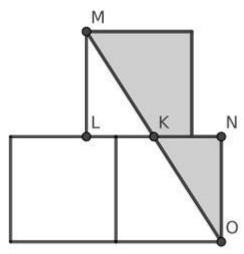
que em uma viagem normal, sem o desvio, os 40 km interrompidos deveriam ter sido percorridos.

Questão 06:
Se quem desenhou na parede foi Emília, ela mentiu e também Vitória mentiu. Então isso não ocorreu, pois somente uma menina mentiu. Se quem desenhou na parede foi Luísa, ela mentiu e também Rafaela mentiu. Esse caso também não pode ter ocorrido. Se quem desenhou na parede foi Marília, somente Vitória mentiu. Isso está compatível com as exigências do enunciado. Se quem desenhou na parede foi Rafaela, Marília e Vitória mentiram. Esse caso também não pode ter ocorrido. Se quem desenhou foi Vitória, Luísa e Marília mentiram; isso também não deve ter acontecido.Logo, quem desenhou na parede da sala da Vovó Vera foi Marília.

Outra solução: Analisando as respostas de Emília e Rafaela, se qualquer uma das duas mentiu, então Luísa também falou uma mentira. Como não podemos ter duas netinhas mentindo, então Emília e Rafaela falaram a verdade. Portanto, a autora do desenho na parede só pode ser uma das três meninas: Marília, Rafaela ou Vitória. Se Vitória fala a verdade, então Luísa mente; consequentemente quem desenhou não foi nem a Marília, nem a Rafaela e a autora seria Vitória, mas isso acarreta que Marília também estaria mentindo. Assim, Vitória mentiu, e todas as outras falam a verdade. Quem fez o desenho não pode ser Rafaela, só pode ser Marília.

Questão 08:
Luísa comprou três pedaços do bolo que estava dividido em 8 partes iguais, e João comprou os 5 pedaços restantes. Como 3/8 do bolo custou R$ 4,50, cada fatia (ou seja, 1/8 do bolo) custou R$ 1,50. Portanto, João pagou 5 x R$ 1,50 = R$ 7,50.

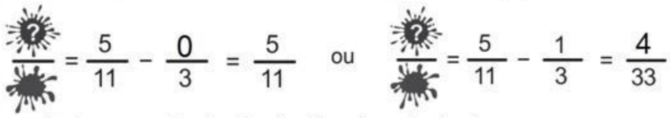
Questão 09:
Considere os pontos marcados no desenho a seguir.



Os triângulos $\triangle MLK$ e $\triangle KNO$ são triângulos retângulos com os mesmos ângulos e possuindo catetos de mesmo comprimento, a saber, $LM = NO = 1\,\text{m}$. Assim, eles são congruentes e a área sombreada equivale à área do quadrado de lado 1, ou seja, é $1\,\text{m}^2$.

Questão 10:

O numerador da fração com denominador 3 só pode ser igual a 0 ou igual a 1, pois qualquer outro número natural maior do que 1 produziria, quando dividido por 3, um número maior do que 5/11. Logo,



e o menor denominador possível para a primeira das frações é, portanto, 4.

vídeo explicando: http://www.obmep.org.br/provas_static/2016/f1n12016.htm

Questão 11:

Alvimar recebeu de troco 5,00 − 3,50 = 1,50 reais. Dividindo 1,50 por 0,25, obtemos o número de moedas de 25 centavos que ele recebeu. Como 1,50 ÷ 0,25 = 6, segue que ele recebeu de troco seis moedas de 25 centavos. Podemos também pensar como segue. Duas moedas de 25 centavos totalizam 50 centavos. Como $R\$1,50$ é o mesmo que três vezes 50 centavos, para dar o troco serão necessárias 3 × 2 = 6 moedas de 25 centavos.

Questão 12:

A tabela abaixo mostra as possíveis idades da professora, calculadas a partir da resposta de cada menina e dos erros 2, 3 e 5 anos para mais ou para menos:

	Errou em 2	Errou em 3	Errou em 5
Ana	20, 24	19, 25	17, **27**
Beatriz	23, **27**	22, 28	20, 30
Celina	28, 32	**27**, 33	25, 35

O único número que aparece nas três linhas e nas três colunas é 27; logo, essa é a idade da professora.

Questão 13:

A soma de todos os números colocados nos quadradinhos é 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45. Ao somar os cinco números na horizontal com os cinco números da vertical, o número do quadradinho cinzento será somado duas vezes, enquanto todos os outros serão somados apenas uma vez. Logo esse número é (27 + 22) − 45 = 4.

Questão 14:

ALTERNATIVA A

Um número natural cujo dobro é um número de dois algarismos deve estar entre 5 e 49. Por outro lado, os números pares são aqueles cuja metade é um número natural, o que reduz a nossa escolha, dentre os números no intervalo acima, aos números pares que vão do 6 ao 48. Considerando agora que, além disso, queremos números cujas metades sejam números de dois algarismos, nossa escolha fica restrita aos números pares entre 20 e 48, incluindo o 20 e o 48. Podemos contá-los sem listá-los, observando, por exemplo, que

$$20 = 2 \times 10,\ 22 = 2 \times 11,\ 24 = 2 \times 12,\ \ldots\ldots.,\ 48 = 2 \times 24$$

e teremos 24 – 10 + 1 = 15, números que satisfazem as condições do enunciado.

Vídeo explicando essa pergunta: http://www.obmep.org.br/provas_static/2016/f1n12016.htm

Questão 15:

Em 2009, o número de alunos que jogavam vôlei era 0,45 × 320 = 144. Esse número corresponde a 25% (ou seja, ¼ dos alunos esportistas em 2010). Assim, em 2010 o número de esportistas era 4 × 144 = 576.